

PROCESSI DI STORICIZZAZIONE  
DELLA MATEMATICA.  
LE TEORIE SULLA PROBABILITÀ.

A cura di MANFREDO MONTAGNANA.



CELID



27. NOV. 1979

Proprietà letteraria riservata - Stampato in Italia - Printed in Italy. Copyright  
C.E.L.I.D. - Via S. Ottavio, 20 - Torino - Tel. 83.51.14 - 54.08.75 - Riprodu-  
zione totale o parziale permessa previo accordo.

B<sup>o</sup> 26-8-6610

Finito di stampare nel mese di Marzo 1979 presso:  
CO.G.E. - Via Ariosto, 8 - PONTE SESTO DI ROZZANO (Milano)



# **PARTE SECONDA**

## **EPISTEMOLOGIA E ASSIOMATIZZAZIONE DELLA MATEMATICA**

Aligia ACCORINTI  
Laura BROSIO  
Alessandro DE MAGISTRIS  
Fiorenzo FERLAINO  
Giacinto PLESCIA  
Alessandro PORCU

Hanno collaborato:

Mauro GALLO  
Federico ORIGLIA



# DIBATTITO SULLA SCIENZA

## 1.1 - Presentazione (\*)

Per comprendere approssimativamente l'obiettivo che si propone il gruppo di studio, può essere utile partire dall'esperienza compiuta l'anno scorso sui processi di storicizzazione della matematica.

Il lavoro, articolato attraverso due sottogruppi, si è svolto sostanzialmente secondo le seguenti linee: una fase di ricerca storica sulla assiomatizzazione dei numeri reali e sullo sviluppo del calcolo infinitesimale, con tentativi di ricostruzione dei collegamenti tra i singoli processi di avanzamento scientifico ed il contesto economico-sociale; una rapida sintesi della moderna impostazione dello studio degli strumenti matematici in esame; l'estensione della problematica ad altre discipline, da un lato verso l'economia e la politica e dallo altro lato verso l'epistemologia e la filosofia.

---

(\*) Documento di presentazione del "gruppo di ricerca sulla scienza" all'interno del sem. 7 dal titolo: Tipologia, tecnologia ed economia dell'abitazione. Febbraio 1978.

Sottolineiamo i limiti dell'esperienza, in parte già evidenti:

- 1) scarsità del tempo dedicato al lavoro di studio e ricerca (meno di due mesi) rispetto a quello dedicato al riesame critico (più di un mese);
- 2) scarsità di dibattito all'interno del gruppo di studio, causa e conseguenza dell'incapacità di omogeneizzare i contributi;
- 3) assenza quasi totale di un rapporto dialettico con il resto del raggruppamento, salvo al momento della verifica finale;
- 4) incapacità del gruppo di studio di costruire una metodologia di lavoro, che costituisse l'indispensabile riferimento per i collegamenti con le altre attività del raggruppamento;
- 5) mancanza di riferimenti concreti alle problematiche della riforma universitaria, sia di carattere politico generale sia di carattere immediatamente locale.

I limiti indicati forniscono già gli elementi per tratteggiare un piano di lavoro per il presente anno accademico, nel senso di una ripresa e di un ampliamento dell'esperienza.

In primo luogo diamo un cenno ai settori disciplinari che certamente dovranno essere investiti:

- l'epistemologia, soprattutto con riferimento ai contributi degli ultimi anni allo studio dei processi scientifici (Kuhn, Lakatos, Geymonat, Cini, Sohn Rethel, ...);
- l'economia politica, in quanto rappresenta l'unico settore scientifico in cui è stato positivamente utilizzato il metodo dialettico;
- la matematica, che rappresenta al contrario un settore scientifico in cui la quasi totalità degli studiosi rifiuta la possibilità di una ricostruzione dialettica dei processi e riconosce invece il ruolo dominante della logica matematica e dell'impostazione assiomatica;



le altre discipline afferenti ai raggruppamenti 6 e 7.

L'ultimo punto implica la riproposizione di tre limiti incontrati l'anno scorso: l'assenza di una metodologia generale, lo scollamento rispetto alla tematica complessiva del raggruppamento, la mancanza di riferimenti ai problemi della riforma universitaria. Il piano di lavoro che viene prospettato quest'anno intende proprio ovviare a tali limiti; schematicamente esso si articola nei seguenti punti:

- 1) riesame critico delle dispense prodotte dal gruppo di studio durante lo scorso anno accademico;
- 2) approfondimento del metodo adottato da Marx nei suoi Manoscritti matematici, e più in generale nello studio dell'economia politica;
- 3) ricerca specifica in un settore della matematica che risponde all'obiettivo del superamento dei limiti indicati;
- 4) definizione di alcune scadenze seminariali che coinvolgano per intero entrambi i raggruppamenti interessati;
- 5) riesame critico, raccolta e sistemazione del materiale elaborato, da effettuarsi nei mesi di settembre e ottobre.

Lo specifico settore matematico prescelto è quello della Probabilità e Statistica, che sembra assicurare l'avanzamento su alcuni terreni di particolare importanza. In primo luogo tale settore è stato oggetto solo recentemente (verso il 1933) di un processo di assiomatizzazione, ed è quindi possibile tentare un'analisi critica delle teorie precedenti, cercando di capire fino a che punto i meccanismi della teoria assiomatica rappresentino un chiarimento dei concetti fondamentali e fino a che punto invece siano frutto di un'operazione di carattere ideologico.

In secondo luogo gli strumenti ed i concetti della Statistica e della Probabilità sono oggi ampiamente diffusi, sia nella produzione e nella distribuzione delle merci sia nel linguaggio comune: non è dunque difficile approfondire numerosi rapporti stretti tra tale settore scientifico ed il mondo econo-

mico e produttivo; anzi è forse possibile tentare di capire quale sia il nesso fra queste teorie scientifiche, così profondamente connesse all'attuale sistema economico-produttivo, ed il livello di sintesi sociale oggi presente nel mondo delle merci.

Va poi tenuto presente che la Statistica e la Probabilità forniscono uno dei principali punti di riferimento ad un metodo scientifico che oggi non si propone più in generale la soluzione "esatta" dei problemi, cioè una soluzione teorica e perciò spesso inutilizzabile in pratica, ma piuttosto la determinazione di soluzioni "approssimate", che siano di immediata utilizzazione e possibilmente convergano alla soluzione "teorica".

Infine la Statistica e la Probabilità hanno certamente la possibilità di rappresentare un punto di incontro con le altre discipline dei raggruppamenti interessati al gruppo di studio.

Bisogna però essere consapevoli fin da ora dei limiti che si pongono ad un lavoro di ricerca di questo tipo; limiti e difficoltà a diversi livelli. Da quelli interni al gruppo omogeneo di ricerca fino ad arrivare al livello istituzionale. Appare così, in tutta la sua immediatezza, la necessità di rapportarsi complessivamente a quelli che sono i problemi che investono l'Università. Non basta, di per sé, una buona metodologia di ricerca all'interno del gruppo se poi essa si scontra con quella seminariale che il più delle volte propone fini esclusivamente didattici non riuscendo ad aggredire i problemi della ricerca scientifica e del "cosa" - alla sua base - va inteso per "ricerca" e "scienza", delegando così l'elaborazione teorica a sedi esterne all'Università (partiti, associazioni private e pubbliche, ecc.).

E' quindi necessario mantenere aperti i canali di dibattito sulla riforma, sui dipartimenti, sulle aree seminariali, sugli strumenti scientifici e didattici non in modo strumentale o come impegno tutto "politico", bensì come un primo, anche se limitato, momento effettivamente didattico verso un modo col-

ro e semplice dei rapporti di produzione (di proprietà), concepiti come un involucro che a un certo grado di espansione delle forze produttive sarebbe destinato a cedere semplicemente perché divenuto troppo ristretto: i rapporti di produzione sono dentro le forze produttive, queste sono state "plasmate" dal capitale".

La scienza appare, così, centrale non solo per il suo carattere prettamente culturale ma anche per questo suo legame col sistema produttivo. Essa assume e tende sempre più ad assumere funzioni specifiche all'interno dell'attuale struttura sociale (2). Una prima si riferisce all'aumento della produttività del lavoro, ovvero diminuendo il tempo di lavoro socialmente necessario alla produzione dei beni di cui, ad un dato stadio del suo sviluppo, la società ha bisogno. Una seconda funzione è di espansione del sistema produttivo capitalistico, creando nuovi bisogni il cui soddisfacimento richiede una produzione di beni di consumo tecnologicamente sempre più complessi. Infine, la scienza dà un apporto notevole nel superare le contraddizioni che sorgono all'interno della struttura sociale. E' una tendenza sempre più in atto che può essere definita come "matematizzazione delle conoscenze" e che trova attuazione nell'accretere il grado di pianificazione su tutti i livelli.

### 1.3 - Metodologia

Affrontare un tema di così vaste proporzioni richiede un'attenta analisi sul carattere metodologico da dare ad un qualsiasi seminario. In altri termini, un avanzamento di analisi rispetto ai contenuti richiede un adeguamento metodologico sul lavoro; l'uno appare verifica dell'altro.

---

(2) Processi di storicizzazione della Matematica, proposte per un dibattito sulla scienza - A cura di M. MONTAGNANA - Celid 1976/77.

lettivo di elaborazione scientifica.

## 1.2 - Perché la scienza

Il dibattito sulla "scienza" è oggi uno dei dibattiti culturali più interessanti, non per ciò che riguarda l'accademismo intellettuale che esso sta sviluppando e dal quale è necessario prendere le dovute distanze se non si vuole cadere nel "ghetto degli specialisti", bensì per il fatto che dietro a questo dibattito vi stanno nodi centrali per ciò che riguarda la lotta per l'egemonia culturale di una o altra classe sociale sul complesso della società. Vogliamo dire che la scienza - è questa un'ipotesi centrale del lavoro - è partecipe della lotta fra le classi ed è dalla messa in crisi - o meno - del sapere scientifico attuale, ovvero dei suoi metodi, strumenti e categorie analitiche, che dipende l'intero cambiamento sociale. Con ciò non si vuole assolutamente riproporre una sorta di neoluddismo intellettuale ma si vuole solo evidenziare un nodo certamente centrale su cui poggia la lotta per l'egemonia. Lotta non intesa quindi nella contrapposizione duale fra "scienza operaia" e "scienza borghese" bensì come la messa in discussione dello "insieme complessivo egemonico" a partire dalla critica dell'economia politica. Ecco allora prendere corpo e valore la tesi panzieriana sulla scienza che è anche una critica alla tesi sull'uso garantista, buono o cattivo degli strumenti scientifici e delle categorie interpretative attuali (1): "Di fronte all'intreccio capitalistico di tecnica e potere, la prospettiva di un uso alternativo delle macchine non può, evidentemente, fondarsi sul rovesciamento pu

---

(1) R. PANZIERI, Sull'uso capitalistico delle macchine nel neocapitalismo, Quaderni Rossi '61. Vedasi anche per un approfondimento sempre di R. PANZIERI, "Plusvalore e pianificazione", Quaderni Rossi 1964.

Lo scorso anno (seminario 4, A.A. 1976/77) si era iniziato il lavoro su una metodologia non ancora omogenea individuando nel "carattere storico determinato" l'esplicitazione dei legami fra scienza e società. In altri termini, un processo di storicizzazione delle conoscenze ci ha permesso di rendere la scienza quale effettivamente è: un'attività culturale e pratica interna e non esterna alla storia dell'uomo; si sono così evidenziate alcune mistificazioni che hanno reso e rendono tuttora la scienza come un qualche cosa di sovranaturale di storico ed atemporale ovvero di "neutrale". Oggi possiamo fare di più. Non solo esplicitare e sintetizzare le varie posizioni e consistenti sul tema, nell'ambito epistemologico moderno, ma cogliere le loro differenziazioni e diversità rispetto ad una griglia di riferimento metodologica che ci consente di addentrarci nel problema con un termine di paragone. Schematicamente essa può essere rappresentata:

- 1) Individuando il "sostrato materiale" da cui muovono le diverse analisi epistemologiche. Ciò significa che è necessario andare oltre alla pura storicizzazione dei rapporti scienza-(economia) struttura ed iniziare la critica delle basi teoriche sovrastrutturali su cui vengono costruite le analisi epistemologiche per poi arrivare alla critica effettiva degli strumenti scientifici.
- 2) A tal fine appare necessario costruire un rapporto più diretto -cosa non ancora riuscita- fra la critica della economia politica e nello specifico "i manoscritti matematici" di Marx con il dibattito sulla scienza.
- 3) Costruire un rapporto fra masse e conoscenza scientifica per andare verso una nuova socializzazione del sapere, verso un "sapere collettivo".

Non si deve credere (3), infatti, che la scienza non sia da

---

(3) "Ideologie professionali e soggetti collettivi nella critica della scienza". Su inserti culturale de "il Manifesto n° 10" di Arcangelo ROSSI.

sempre socializzata, non sia cioè sempre stata una funzione sociale specifica dotata di sue regole e di una sua organizzazione. La sua socializzazione è attuata storicamente, di norma, nella accettazione di una duplice separazione, funzionale ad un particolare uso di classe delle conoscenze scientifiche: la separazione tra i diversi operatori scientifici e le masse. Vi è da aggiungere, però, che il superamento della divisione sociale del lavoro anche all'interno della ricerca comporta non meno bensì più oggettività per la scienza. Oggettività non intesa come "assolutezza" o "autosufficienza", quindi non intesa nel suo carattere propriamente astratto, ma nel suo carattere storico determinato di "umanamente oggettivo" (Gramsci). In ultima analisi, ciò significa riuscire a mettere la scienza nelle mani e nell'iniziativa cosciente di milioni di uomini. Si tratta comunque di uno sforzo per il quale più di un tipo di intervento è necessario, e per lo più da inventare. Si pensi infatti che lo stesso marxismo, scienza critica della società e strumento teorico dell'emancipazione sociale, ha largamente subito nel suo sviluppo i modelli scientifici esistenti, non riuscendo ad attuare neppure nell'ambito specifico della critica dell'economia politica quella piena socializzazione delle conoscenze scientifiche che pure era nelle sue premesse.

Rispetto allo schema metodologico di riferimento, vi è ancora da aggiungere che, solo in parte è stato applicato al lavoro. Ciò dipende sia da limiti interni al gruppo - difficoltà di omogeneizzarci a livello culturale, fini e scopi diversi di ognuno rispetto alla ricerca - sia a condizioni più oggettive ed esterne al gruppo che vanno dalle contraddizioni materiali di ognuno alla mancanza di strutture adeguate alla ricerca, fino ai vincoli fiscali e non, che l'istituzione interpone rispetto ad un qualsiasi lavoro di ricerca.

1.4 - Dibattito epistemologico

Nel 1931, Kurt Gödel (logico matematico), con l'articolo "Sulle proposizioni formalmente indecibili dei Principia Mathematica e di sistemi affini" (4), metteva in crisi l'ultimo filone scientifico rigoroso: il neopositivismo. Egli era un neopositivista. Credeva con una fiducia forse eccessiva negli strumenti scientifici e logico-formali tanto da arrivare, con essi, a criticare le certezze conoscitive logico-analitiche. Mise in crisi lo stesso programma cui aderiva - il programma neopositivista - secondo cui, sull'esempio dell'assiomatizzazione della geometria di David Hilbert, si credeva possibile ricostruire il linguaggio della scienza empirica in forma rigorosamente assiomatizzata (il cosiddetto fisicalismo). Col lavoro del '31 (5) si dimostrava che, non è possibile provare o refutare (dimostrandone la negazione) tutte le proposizioni formulate nel linguaggio di una teoria sufficientemente potente da contenere la aritmetica elementare con i mezzi formalizzabili all'interno della teoria stessa, tali cioè che gli assiomi siano decidibili, e tali che se ne possa stabilire attraverso un numero finito di passaggi l'appartenenza alla teoria. Un corollario di tale teorema recitava che non si potesse dimostrare, sempre con mezzi "finitisti", la non contraddittorietà della teoria.

Cadeva così il programma formalista hilbertiano teso ad eliminare ogni contraddizione attraverso l'assiomatizzazione ed evitando il ricorso a procedimenti non "effettivi" (finitisti).

Il contributo di Gödel è importantissimo in quanto riconosce che la formalizzazione incontra dei limiti, che la realtà non si lascia imbrigliare in sistemi finiti di assiomi con cui tentiamo di formalizzarla. E il fatto che sia la stessa ricerca logico-formale a dimostrarlo, che si tratti di limitazioni "dall'interno" del formalismo, rafforza l'esigenza di abbandonare quella pretesa di fondazione autosufficiente della conoscenza formalizzata, indipendentemente dalla prassi reale intesa

(4) L'articolo in questione tradotto in italiano è in appendice al vol. di AGAZZI "Introduzione all'assiomatica".

(5) Arcangelo ROSSI, "Kurt Gödel, o la crisi dell'autosufficienza del conoscere formale", in "Il Manifesto" inserto culturale n° 1.

nel suo senso più esteso di prassi sociale collettiva. D'altra parte questa grossa "contraddizione in seno" evidenzia la importanza da attribuire al terreno logico-formale.

Del 1931 va ricordato un altro episodio, se non altro per la risonanza che ebbe all'interno della comunità scientifica mondiale in quanto primo tentativo di guardare con occhio critico i problemi scientifici.

Per la prima volta dopo la rivoluzione d'ottobre la comunità scientifica russa esce dal chiuso dei propri confini e partecipa attivamente al Congresso internazionale di Storia della Scienza e della Tecnologia, tenutosi a Londra (6). La delegazione è composta di otto membri, fra cui nomi di livello internazionale (Colman, Rubisten, ecc.) ed è presieduta da Bucharin. Ed è appunto Bucharin a soffermarsi su uno dei problemi scientifici fondamentali, il rapporto fra "Teoria e prassi", mentre Hessen col suo trattato sui "principia" di Newton evidenzia lo stretto legame che intercorre fra elaborazione scientifica e struttura sociale storicamente determinata.

La delegazione sovietica - scomparsa nelle epurazioni staliniane - peccò certamente di "ideologismo" e ciò la indusse a commettere grossolani sbagli teorici; si pensi, ad es., con quale meccanicismo trasportarono il metodo dialettico nei fenomeni scientifici, tanto da attribuire all'esistenza di cariche elettriche positive (protoni) e negative (elettroni) una capacità dialettica a prova del modo "dialettico" con cui si esprime la natura e quindi la scienza.

Ciò che ci interessa salvare sono alcuni contributi teorici ma soprattutto lo sforzo politico che contribuì certamente a minare la visuale totalizzante del sapere scientifico. E' appunto con la crisi della scienza quale contenitore totalizzante del sapere che il dibattito diventa più ferrato.

---

(6) "Scienza al Bivio", Aut. vari, De Dorato, 1977.



Dibattito al suo interno molto disomogeneo in quanto, insieme alle certezze, sono caduti i punti di riferimento culturali, le scuole di elaborazione scientifica, i movimenti che le sorreggevano. Per avanzare, per proporre, per ricomporre un nuovo sapere scientifico è necessario aprire un intervento che vada a leggere il carattere strutturale della crisi internazionale che stiamo attraversando. Per usare Bucharin: "La crisi dell'attuale economia capitalistica ha prodotto una crisi più profonda nel complesso della cultura capitalistica; una crisi nei singoli settori della scienza, una crisi nell'epistemologia, una crisi della concezione del mondo e una crisi del senso comune. In queste circostanze storiche anche il problema delle interrelazioni tra teoria e prassi è divenuto uno dei più acuti, investendo, ed è ciò che più importa, simultaneamente teoria e prassi". Queste parole pronunciate nel 1931 a Londra, nel pieno quindi di una profonda crisi strutturale, risuonano attuali e richiedono una seria riflessione.

La crisi dei fondamenti ha prodotto divisione nel moderno dibattito epistemologico e si sono così venute configurando, pur nella profonda diversità interna, due grossi blocchi. Uno "internista" che tenta di rispondere ai problemi che la scienza pone con un'analisi che non esce dai "canoni scientifici";

si rifà in pratica alla scuola classica. L'altro - esterno - cerca spiegazione di alcuni fenomeni al di fuori della sfera propriamente "scientifica". Tutto ciò può sembrare schematico in quanto non tutti si collocano rigidamente all'interno dei due filoni, ma è una prima, necessaria, distinzione per chi ha interesse di capire i termini del dibattito.

E' nostro il compito di superare questa dicotomia tutta ideologica, evidenziandone incertezze e limiti per andare verso una nuova ricomposizione, una ricomposizione collettiva del sapere scientifico.

## 1,5 - Conclusioni

Consideriamo che sia impossibile dare delle conclusioni ad un lavoro ancora in gran parte da svolgere. La conoscenza del dibattito epistemologico moderno o meglio dei problemi che investono l'insieme della scienza è solo l'inizio di un lungo cammino teso a risolvere la contraddizione grossissima fra scienza e masse. Spesso questa viene intesa quale incapacità della scienza di adoperare un linguaggio comprensibile ai più. Ma non solo di questo si tratta, anche se è fuori dubbio che il problema del linguaggio scientifico è reale e come tale va affrontato. Non a caso infatti, concetti spesso elementari, vengono offuscati ai più da una formalizzazione comprensibile solo agli addetti ai lavori. Ma il problema a cui si accennava è più grosso. Investe in primo luogo l'insufficienza di strumenti, di categorie e di analisi di cui la scienza dispone per descrivere la realtà. Essa infatti riesce a formalizzare solo fenomeni quantitativi mentre è impotente nel considerare la qualità delle cose che ci circondano.

Nelle analisi socioeconomiche, ad es., l'uso di formalizzazioni scientifiche, costringe ad analizzare i "rapporti di proprietà" come rapporti tra cose. Si pensi - ad es. - alla scuola "marginalista", dove l'analisi dei rapporti economici, riconosciuti come rapporti di proprietà (Walras parla di ricchezza, imprenditori, ecc.), viene formalizzata solo sotto forma di rapporti fra "flussi finanziari", senza però riuscire a spiegare la diversità di provenienza, di formazione ecc. Si perde così il carattere proprio dei rapporti di proprietà che sono in primo luogo "rapporti fra uomini", rapporti di possesso e di potere, non formalizzabili con gli attuali strumenti scientifici.

Per quanto riguarda la statistica si può dire che i parametri statistici di cui oggi disponiamo non sono sensibili a quantità piccole e non si riesce così a produrre una correlazione su un certo effetto patogeno - che investe ad es. un piccolo gruppo omogeneo - , nè aggiungere altre unità serve, visto che muterebbero i termini del problema.

I problemi sono tanti e non vorremmo andare oltre. Vogliamo solo spingere, con queste provocazioni, ad un dibattito che vada a sciogliere questi nodi e tenda verso una scienza concepita ed attuata diversamente, una "scienza collettiva".



# CONSIDERAZIONI SU ALCUNI AUTORI

## 2.1 - Geymonat e Cini

Lo scopo di Geymonat nell'elaborare questo trattato sulla "scienza" è quello di modificare il concetto di REALISMO ed in ultima analisi di TOTALITA' in quanto concetto sintesi di tutto il dibattito scientifico, come storicamente si è venuto a configurare. Il rapporto fra REALISMO e TOTALITA' appare un rapporto diretto: il REALISMO si configura come la "forma fenomenica", come l'elaborazione teorica reale in quanto "conoscenza verificata" della categoria più generale ed astratta di TOTALITA'.

Storicamente il concetto di TOTALITA' ha avuto, grosso modo, due riferimenti teorici. Da una parte l'universo meccanicistico newtoniano che trae origine da una visuale scientifica del cosiddetto REALISMO INGENUO (GALILEO ne è il massimo rappresentante).

In pratica la TOTALITA' è concepita come un insieme di filoni conoscitivi, o di zone scientifiche, ognuno indipendente dall'altro e quindi analizzabili al di là delle interconnessioni (allora non conosciute) che potrebbero esistere fra loro. Dal-

l'altra la visuale di LAPLACE in cui il concetto di TOTALITA' è inteso come un insieme interconnesso di filoni conoscitivi non indipendenti fra di loro. Per raggiungere un certo grado di conoscenza in una data "zona" è necessario raggiungere lo stesso grado di conoscenza nelle zone restanti.

Solo il cosiddetto DEMONE DI LAPLACE coglie l'insieme della conoscenza perfetta e globale mentre l'uomo può coglierla in modo limitato e probabilistico.

Emerge in ambedue i concetti (GALILEO e LAPLACE) una visuale oggettiva e neutrale della conoscenza; una visuale statica della TOTALITA' verso cui l'uomo tende.

Col CONVENZIONALISMO tale visuale oggettiva della conoscenza, viene a cadere e si afferma che, data la convenzione degli assiomi, l'elaborazione scientifica altro non è che convenzione.

La scienza diviene quindi una pratica solo utilitaristica verso fini che l'uomo si propone. Si perde così quel rapporto tra teoria scientifica e conoscenza reale.

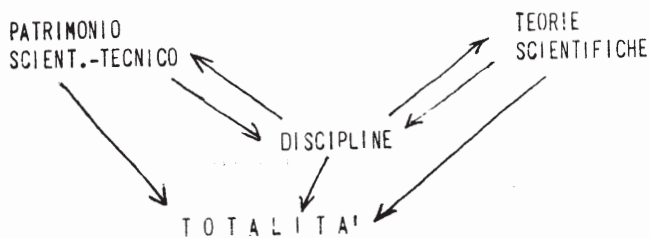
Geymonat è certamente più dinamico, approda ad una concezione di tipo "leniniano" in cui il "REALISMO" è inteso come un continuo approfondimento della conoscenza. Approfondimento non solo lineare e logico-formale, ma anche discontinuo e dialettico.

Vanno ad informare la TOTALITA' da una parte il PATRIMONIO TECNICO-SCIENTIFICO e dall'altra le TEORIE SCIENTIFICHE. In mezzo fra le due vi è la categoria DISCIPLINA che rappresenta il risultato storicamente determinato a cui il processo di approfondimento è giunto. Il PATRIMONIO TECNICO-SCIENTIFICO è l'insieme della cultura intesa come BAGAGLIO conoscitivo ereditato nella storia dell'umanità.

La categoria analitica che lo rende realistico è il "metodo DIALETTICO"; tale metodo è utilizzabile solo in quelle attività culturali (per cultura s'intende la prassi teorica e pratica della attività umana) ove il parametro tempo assume un'impor

tanza fondamentale. In altri termini il metodo dialettico è utilizzabile solo in un'analisi di tipo storico.

Per quanto riguarda le TEORIE SCIENTIFICHE esse sono rese realistiche dal metodo logico-formale che le rende al loro interno atemporali e astoriche.



Sia il Patrimonio tecnico-scientifico, sia le Teorie scientifiche sono reali in quanto verificate nella prassi, non intesa né come esperienza riproducibile al di fuori delle altre zone scientifiche (vedi realismo ingenuo) né come esperienza non riproducibile che tiene conto di tutti gli eventi dell'universo (vedi modello Laplaciano) bensì intesa come prassi sociale.

Tale prassi, non appare però all'interno del concetto della TOTALITA' ovvero all'interno delle "idee di interconnessione degli eventi dell'universo" ma rimane al di fuori solo come verifica. Essa quindi appare secondaria rispetto al momento di elaborazione teorica anche se necessaria. Viene stravolto il concetto di Marx: "E' il modo di produzione della vita materiale a condizionare in generale, il processo sociale politico e spirituale della vita. Non è la conoscenza degli uomini che determina il loro essere, ma è, al contrario, il loro essere che determina la loro conoscenza".

L'uomo, in Geymonat, appare una componente fra le tante che contribuiscono alla dialettica della natura; non è il soggetto che muove la storia e la cultura, bensì ne viene mosso.

Scompare nella PRAXIS di Geymonat quel rapporto dialettico SOGGETTO-OGGETTO - dove il soggetto è l'uomo e l'oggetto la natura storicamente determinata, quindi da esso modellata - che costituisce il vero motore della conoscenza. Con tale critica viene esplicitata quella dualità, ricorrente in molti teorici marxisti, compreso Geymonat, fra materialismo storico da una parte e materialismo dialettico dall'altra.

L'oggettivo non significa più "umanamente oggettivo" che corrisponde a "storicamente soggettivo" e, per usare Gramsci, "UNIVERSALE SOGGETTIVO", bensì viene inglobato in una categoria a-storica che è appunto la TOTALITA'.

L'operazione di Geymonat consiste in ciò: egli fa una critica dei modelli statici dell'universo per costruire un modello dinamico della conoscenza, per dirla con Geymonat, "approfondimento della scienza che è capace di conseguire delle verità relative e non assolute".

Del tutto diversa è l'impostazione delle teorie epistemologiche di Cini e dei suoi collaboratori. Tant'è che negli ultimi tempi il confronto polemico fra le "due scuole" ha investito anche organi di diffusione di massa e promosso un dibattito in cui anche la presente ricerca dialettica si colloca.

I riferimenti culturali di Geymonat sono imperniati sul giudizio della continuità col patrimonio storico del movimento operaio ed in genere con tutta la cultura "scientifica"; mentre Cini, partendo da un momento di rottura - il 1968 - riconverte le basi teoriche fondamentali in cui il movimento operaio storicamente ha prodotto una visione generale della scienza.

Il movimento operaio di venti anni fa, egli afferma, chiedeva ai ricercatori scientifici di sinistra di rivendicare, nei confronti della classe dirigente, un impegno di mezzi e un potenziamento di strutture a favore delle istituzioni scientifiche.

L'introduzione e lo sviluppo di nuove tecniche aveva, come condizione necessaria, una ricerca scientifica organizzata e aggiornata: non più affidata quindi ai singoli studiosi ma al



Scompare nella PRAXIS di Geymonat quel rapporto dialettico SOGGETTO-OGGETTO - dove il soggetto è l'uomo e l'oggetto la natura storicamente determinata, quindi da esso modellata - che costituisce il vero motore della conoscenza. Con tale critica viene esplicitata quella dualità, ricorrente in molti teorici marxisti, compreso Geymonat, fra materialismo storico da una parte e materialismo dialettico dall'altra.

L'oggettivo non significa più "umanamente oggettivo" che corrisponde a "storicamente soggettivo" e, per usare Gramsci, "UNIVERSALE SOGGETTIVO", bensì viene inglobato in una categoria a-storica che è appunto la TOTALITA'.

L'operazione di Geymonat consiste in ciò: egli fa una critica dei modelli statici dell'universo per costruire un modello dinamico della conoscenza, per dirla con Geymonat, "approfondimento della scienza che è capace di conseguire delle verità relative e non assolute".

Del tutto diversa è l'impostazione delle teorie epistemologiche di Cini e dei suoi collaboratori. Tant'è che negli ultimi tempi il confronto polemico fra le "due scuole" ha investito anche organi di diffusione di massa e promosso un dibattito in cui anche la presente ricerca dialettica si colloca.

I riferimenti culturali di Geymonat sono imperniati sul giudizio della continuità col patrimonio storico del movimento operaio ed in genere con tutta la cultura "scientifica"; mentre Cini, partendo da un momento di rottura - il 1968 - riconverte le basi teoriche fondamentali in cui il movimento operaio storicamente ha prodotto una visione generale della scienza.

Il movimento operaio di venti anni fa, egli afferma, chiedeva ai ricercatori scientifici di sinistra di rivendicare, nei confronti della classe dirigente, un impegno di mezzi e un potenziamento di strutture a favore delle istituzioni scientifiche.

L'introduzione e lo sviluppo di nuove tecniche aveva, come condizione necessaria, una ricerca scientifica organizzata e aggiornata: non più affidata quindi ai singoli studiosi ma al

tà della scienza: una politica della "ricerca" della sinistra rivoluzionaria deve essere un aspetto e uno strumento dello scontro politico di classe.

Dopo la critica all'accettazione da parte dei paesi socialisti del modello di sviluppo scientifico e tecnologico occidentale, era combattuta con vigore l'illusione che il socialismo si potesse raggiungere attraverso la cosiddetta "Rivoluzione Scientifica e Tecnologica". In questo discorso si metteva in evidenza come doveva scaturire, dal vivo della lotta delle MAS SE che si ribellano alla condizione di alienati sia come produttori che come consumatori, una nuova scala di valori umani e nuove forme di rapporti sociali e quindi la capacità del movimento operaio di indicare i tempi e i modi della saldatura tra rivoluzione socialista e rivoluzione scientifica.

E' necessario aggiungere che a differenza di altri - ad es. Sohn-Rethel che fa derivare l'astrazione scientifica dalla merce astrattizzata, non storicizzata, quindi al di fuori dei rapporti di produzione storicamente determinati - Cini fa derivare l'astrazione scientifica dal "modo di produzione". Essa però viene mediata da un carattere ideologico che è appunto la coscienza, su livelli differenti (falsa coscienza, coscienza adeguata, coscienza scientifica).

E' appunto questa mediazione ideologica a far apparire in parte schematica l'analisi di Cini. Si ha così che una stessa disciplina - ad es. programmazione lineare per l'industria - entra a far parte di una o altra forma ideologica, non per un carattere strutturale che la introduce in un determinato modo di produzione, bensì per un carattere soggettivo (la coscienza appunto) col quale viene vissuta - come falsa coscienza dal critico della scienza, per il caso in esame, oppure come coscienza adeguata ad un fine, quindi come coscienza scientifica per il padrone, il cui unico scopo è il profitto, o ancora, come coscienza adeguata quindi come scienza oggettiva e neutrale per l'operaio sfruttato.

## 2.2 - Kuhn

La riflessione sulla scienza, negli ultimi tempi, ha posto una sempre maggiore attenzione alla dinamica delle teorie, per un mutamento delle categorie scientifiche, mettendo in luce "le difficoltà derivanti dall'isolare singole invenzioni e scoperte" che hanno fatto nascere profondi dubbi circa un processo puramente cumulativo, per il quale contributi particolari alla scienza si sarebbero aggiunti, gli uni agli altri, determinandone lo sviluppo.

Poiché le modifiche indotte da ogni nuova teoria incidono, non solo quantitativamente, ma anche qualitativamente sul terreno di lavoro dello scienziato, si tratta di esaminare quali processi strutturali intervengono quando si verificano fenomeni di riorientamento nella scienza.

La concezione di Kuhn rispetto a tali problemi è una concezione dinamica emergente dalla comunicazione storica dell'attività di ricerca.

Il carattere dinamico della scienza non è più, come per i neopositivisti, concepibile in senso evolutivo e neppure una ristrutturazione continua delle teorie in base al criterio di falsificabilità popperiano; le rivoluzioni scientifiche sono un fatto complessivo, determinato dal cambiamento del concetto, degli strumenti e delle categorie di una data totalità scientifica.

"Le rivoluzioni scientifiche sono introdotte da una sensazione crescente, avvertita da un settore ristretto della comunità scientifica, che un paradigma esistente ha cessato di funzionare adeguatamente nella esplorazione di un aspetto della natura verso il quale quello stesso paradigma aveva precedentemente spianato la strada." Di qui l'analogia con le rivoluzioni politiche, indicata da Kuhn. "Le rivoluzioni politiche sono introdotte da una sensazione sempre crescente, spesso avvertita solo da un settore della società, che le istituzioni esistenti hanno cessato di costituire una risposta adeguata ai problemi posti da una situazione che esse stesse hanno contribuito a crea-

re.

Appunto questo insieme, storicamente definito, di strumenti e categorie scientifiche è ciò che Kuhn definisce PARADIGMA. Un concetto base attorno al quale ruota tutta la concezione epistemologica di Kuhn.

Il PARADIGMA è, per Kuhn, un campo che "comprende globalmente leggi, teorie, strumenti e che fornendo un modello permette di sviluppare una particolare tradizione di ricerca scientifica dotata di una sua coerenza".

Nell'applicazione convenzionale il paradigma permette la riproduzione di esempi, ciascuno dei quali potrebbe servire a sostituirlo. In una scienza un paradigma è raramente uno strumento di riproduzione, bensì è lo strumento per una ulteriore articolazione e determinazione sotto nuove e più restrittive condizioni. La tradizione di ricerca che si svolge entro un determinato paradigma, ed ha con esso una precisa interconnessione, è definita da Kuhn "ricerca normale"; essa si fonda sui risultati raggiunti dalla scienza del passato a cui una particolare comunità scientifica, per un certo periodo di tempo, riconosce il fondamento della sua prassi ulteriore.

La "ricerca normale", nell'ambito della "scienza normale", è rivolta all'articolazione di quelle teorie che sono già fornite dai paradigmi. L'area di ricerca è ristretta; la ricerca normale perciò passa attraverso la determinazione di fatti rilevanti, il confronto dei fatti con la teoria, l'articolazione della teoria per produrre nuove informazioni e un paradigma più preciso, ottenuto eliminando le ambiguità che rimanevano nel paradigma originario dal quale si era partiti.

Appare, quindi, chiaro che per Kuhn la storia della scienza è la storia della scienza normale in cui le rivoluzioni intervengono come fatto straordinario. Talvolta un problema che dovrebbe essere risolvibile attraverso regole e procedimenti noti, resiste al reiterato assalto dei più abili membri del gruppo entro la cui competenza viene a cadere.

Attraverso la distinzione, seppur artificiosa, tra invenzio

ne e scoperta si introduce l'anomalia. La scoperta comincia con la presa di coscienza di una anomalia, ossia con il riconoscimento che la natura ha in un certo periodo isolato le aspettative suscitate dal paradigma su cui si basa la scienza normale. Essa continua poi con una esplorazione, più o meno estesa, dell'area dell'anomalia; e termina solo quando la teoria paradigmatica è stata riadattata, in modo che ciò che appariva "anomalia" diventi ciò che ci si aspetta.

All'inizio della ricerca si percepisce soltanto ciò che ci si aspetta e che è usuale, persino in circostanze nelle quali più tardi l'anomalia viene ad essere rilevata. L'osservazione successiva permette di rilevare qualcosa di sbagliato o collega l'effetto con qualcosa che era sbagliato prima, appunto attraverso la presa di coscienza dell'anomalia.

Quando ciò accade, quando, cioè, uno strumento dell'apparato di ricerca risulti inadeguato a fronteggiare le "anomalie" che sovvertono la tradizione della storia scientifica, cominciano quelle indagini straordinarie che finiscono col condurre la professione ad abbracciare un nuovo insieme di impegni "che andranno a costituire la base della rinnovata pratica scientifica".

D'altra parte i paradigmi, che scaturiscono da una rivoluzione scientifica, contengono gran parte del vocabolario dello apparato, sia concettuale che tecnico, che aveva fatto parte del paradigma tradizionale; entro il nuovo paradigma, tuttavia, i vecchi termini, concetti ed esperimenti entrano in nuova relazione tra loro. E' importante sottolineare un nodo fondamentale dell'elaborazione di Kuhn: la stretta relazione che lega il ruolo della ricerca normale e la funzione del "dogma" nella prassi della ricerca scientifica.

Kuhn, rafforzando questo concetto alla fine degli anni sessanta, afferma che nessuna scienza matura esisterebbe senza "dogma": la rilevante presenza di una tradizione di scienza normale (e di un dogma quindi) rappresenta un possibile criterio di demarcazione per l'impresa scientifica.

L'atteggiamento dogmatico dei membri di una sezione della

comunità scientifica che li porta a respingere novità inattese di fatti e teorie; è, allora, per Kuhn, un elemento costitutivo della ricerca in quanto definisce per il singolo scienziato quali sono i problemi che può affrontare e la natura delle soluzioni accettabili; in ultima analisi i vincoli dell'attività di ricerca. Viene naturale chiedersi allora come si configuri il "processo evolutivo", come e perché la scienza sia possibile; interrogativi ai quali la ricerca di Kuhn non dà immediatamente risposta. Se esplicitamente, egli non cerca un legame tra sapere scientifico e sostrato materiale (rapporti di produzione) e non pone una precisa determinazione storica (lotta tra le classi) della dinamica del sapere scientifico, non bisogna ritenere, tuttavia, il suo, un atteggiamento puramente "internista".

Infatti il nesso tra concetti quali scienza normale, dogma, comunità scientifica, si afferma in una visione entro la quale, sia pur mediatamente, i rapporti di produzione e i conflitti di classe incidono in modo determinante sul corso della scienza.

"Per quanto riguarda la fonte dell'aurorità, ho in mente soprattutto i manuali scientifici, e, accanto a questi, le opere di divulgazione e le opere filosofiche modellate su di essi. Queste tre categorie di opere - fino ad un'epoca molto recente nessuna altra importante fonte d'informazione scientifica era disponibile, eccettuata la stessa attività di ricerca - hanno tutte una cosa in comune. Esse si rivolgono ad un corpo di problemi, di dati e di teorie già articolato, molto spesso a quel particolare insieme di paradigmi cui la comunità scientifica è vincolata nel momento in cui esse vengono scritte. I manuali iniziano a comunicare il vocabolario e la sintassi di un linguaggio scientifico contemporaneo. Le opere di divulgazione cercano di descrivere quelle stesse applicazioni in un linguaggio più vicino alla vita di tutti i giorni. La filosofia della scienza analizza la struttura logica del medesimo corpo completo di conoscenza scientifica".

### 2.3 - Sohn-Rethel

Il problema centrale che il lavoro dell'epistemologo tedesco affronta è quello dell'analisi teorica del rapporto tra struttura e sovrastruttura, che rappresenta il nodo "irrisolto" della impostazione marxiana della teoria della conoscenza e che, nella sua formulazione più classica, non riesce a districarsi dall'ambigua posizione della relazione "biunivoca e non meccanica" tra sviluppo delle forze produttive e rapporto di produzione.

L'impostazione ortodossa il più delle volte ha affermato che la produzione scientifica è la diretta emanazione delle necessità dell'industria (in uno stadio di capitalismo maturo) per cui le elaborazioni derivanti non sono valide in quanto conoscenze neutrali, bensì atte a soddisfare le esigenze delle classi dominanti.

Sohn-Rethel tenta di uscire dalle secche di questi ragionamenti ribaltando il problema: le funzioni e le strutture conoscitive del pensiero non sono legate direttamente al momento produttivo ma alla sintesi sociale dominante, definita come "l'insieme delle funzioni che nelle diverse epoche storiche mediano la connessione esistenziale degli uomini con una società duratura".

Nelle società produttrici di merci il denaro è la sintesi sociale e per esercitare questa funzione si avvale di certe proprietà formali e del massimo grado di astrazione validi per tutte le merci.

Il nodo centrale del lavoro di Sohn-Rethel è rappresentato dalla possibilità di dimostrare che le forme d'astrazione fissanti la funzione socialmente sintetica del denaro appaiono come gli ultimi principi organizzativi delle funzioni conoscitive del pensiero.

Lo scambio, realizzandosi, ha bisogno di una altra condizione fondamentale: la divisione tra lavoro manuale e lavoro intellettuale.

Per tutto ciò l'analisi delle strutture conoscitive del pen

siero diventa critica storico-materialistica dell'epistemologia ma soprattutto integrazione e scontro con la critica marxiana dell'economia politica.

Sohn-Rethel considera essenzialmente due aspetti costituenti il pensiero moderno: l'astrattezza del pensiero scientifico e la sua autonomia dalla prassi manuale della produzione.

Se l'ambito dello studio è quello dello scambio e le tematiche che da affrontare quelle della genesi dell'astrattezza e della autonomia della produzione intellettuale, la nozione da riformulare è il concetto dell'astrazione scambio.

Lo scambio delle merci è astratto perché non solo è diverso dal loro uso ma ne è anche separato temporalmente.

Lo scambio è astratto perché impone la sospensione dell'uso delle merci finché lo scambio stesso non è attuato, perché stabilisce che nelle merci pronte allo scambio non deve avvenire alcuna trasformazione fisica; esso decreta che nella relazione di scambio le merci abbiano un uguale valore reciproco senza riguardo per la loro effettiva diversa qualità, e pone la scambiabilità come condizione dell'alienazione e dell'acquisto delle cose tra proprietari privati: prescrive che le merci passino di mano in mano nel tempo mediante un semplice cambiamento di luogo.

"Avviene così che con la formazione dei mercati l'immaginazione degli uomini si separa dal loro agire e si individualizza a poco a poco nella loro coscienza privata".

Questi sono fenomeni assolutamente oggettivi; infatti la coscienza di chi scambia è astratta, come la sua azione. Gli individui "la fanno ma non la sanno". Questa coscienza è alla base della cecità del pensiero formalizzato rispetto alla propria genesi.

Ma la appropriazione reciproca del plusprodotto non può avvenire senza il supporto di conoscenze scientifiche minime; appropriazione che avviene tramite soggetti separati attraverso il processo produttivo.



I concetti puri dell'intelletto vengono risolti nell'astrazione scambio proveniente integralmente da un sostrato sociale per cui l'astrazione intellettuale è solo la riflessione di una astrazione reale che opera alla cieca e quindi non si basa su alcuna invenzione umana. Per dirla con Marx, la validità del pensiero scientifico è solo parziale, perché non è altro che la verità dell'intelletto separato, il quale coopera allo sfruttamento del lavoro.

Ma la socializzazione basata sullo scambio è storicamente determinata. Oggi lo sviluppo del capitale monopolistico esaspera lo sviluppo di una produzione di massa meccanizzata, con forme embrionali di automazione.

Non si comprenderebbe però la posizione di Sohn-Rethel se non si individuasse la sua derivazione dalla scuola di Francoforte. E' noto che egli afferma che la determinazione delle coscienze avviene ad opera del movimento delle merci e non del modo di produzione come invece afferma Marx; ed argomenta: "Ci sembra che l'analisi marxiana sia incompleta e insoddisfacente, perché non contiene alcun principio esplicativo della genesi della soggettività (intesa come soggettività dell'intelletto separato e della "attività astratta" nel senso della prima tesi di Feuerbach)". Ancora: "L'abisso tra analisi delle merci e principio della soggettività non viene colmato né nel secondo né nel primo capitolo (del Capitale)". "Il carattere reale dell'astrazione viene sottolineato con estrema energia. Manca tuttavia il collegamento tra astrazione reale ed astrazione pensiero".

Ma l'affermazione seguente (fra le tante) spiega più esplicitamente la sua concezione della coscienza come geneticamente formantesi dal movimento di circolazione delle merci ovvero: sia in una sfera completamente separata dal modo di produzione: "Il punto di partenza della nostra analisi si differenzia da quello marxiano, perché distingue tra le azioni d'uso e le azioni di scambio dei proprietari delle merci coinvolgendo quindi fin da principio i soggetti, ed ammette la possibilità di fondare la sintesi interna della società sullo scambio delle merci. Come è possibile la socializzazione attraverso lo scam

bio delle merci nella sua qualità di rapporto di appropriazione? La risposta a questa domanda dimostra che nello stadio del-  
l'economia finanziaria (s.n.) la funzione socialmente sintetica deve essere attribuita allo scambio, nella contraddittorietà del suo contenuto e nella sua separazione spazio-temporale del lavoro. L'analisi marxiana porta invece a concludere che la  
forza socializzatrice della circolazione delle merci deriva dal-  
la natura sociale del lavoro (s.n.)".

Da questa concezione non poteva che derivare una divisione dei periodi epocali contraddistinta da diversa formalizzazione del momento della circolazione:

1) il primo, quello delle società comunitarie ("comunità sociali gentili"); 2) il secondo caratterizzato dall'introduzione ed uso della moneta come forza in grado di modificare l'assetto sociale; a proposito di questo periodo Sohn-Rethel dice: "lavoro intellettuale e lavoro manuale sono già divisi e costituiscono attività di persone diverse e soprattutto di caste e classi sociali diverse, consapevoli della reciproca differenza; ma ciononostante il lavoro intellettuale non possiede ancora l'autonomia intellettuale / non è ancora avvenuta l'astrazione merce che è il corrispettivo materiale di questa autonomizzazione / ..."; 3) il terzo periodo è il mondo moderno: "La differenza fondamentale tra mondo antico e mondo moderno sta nel fatto che solo nel mondo moderno la formazione della ricchezza avviene in base alla produzione di plusvalore e non soltanto mediante l'appropriazione, cioè il mero spostamento di proprietà dei valori esistenti".

Ma ciò che è importante sottolineare è che Sohn-Rethel non condivide la tesi marxiana che sia il modo di produzione a determinare la mercificazione ma è la circolazione stessa, intesa in forma a se stante. Possiamo dire in ultima istanza che per Sohn-Rethel esiste un'appropriazione di plusvalore che caratterizza la mercificazione e determina la coscienza in contrapposizione alla determinazione genetica marxiana.

Ma se in queste ultime battute Sohn-Rethel si allontana da

Marx, se ne riavvicina stabilendo un contatto notevole e importante facendo derivare l'astrazione scientifica da un sostrato oggettivo-materiale: la merce, la mercificazione, anche se di quest'ultima non fa la storicizzazione rapportandola ai mutamenti dei modi di produzione.

# LA CRISI DEI FONDAMENTI

## 3.1 - Premessa

La scoperta da parte di Russel della contraddittorietà della teoria cantoriana degli insiemi, mettendo in crisi - come vedremo - il nesso stabilito tra logica e matematica, aprì il cammino a vari tentativi di articolare il discorso sull'esistenza degli enti matematici; attorno a questo nodo centrale, nella teoria come nella pratica, si svilupparono infatti discussioni sulle definizioni, le dimostrazioni, le ricostruzioni matematiche, che portarono, fin dai primi anni del '900, ad una separazione abbastanza netta (che incontreremo anche nelle varie scuole probabilistiche) tra quella che possiamo chiamare la concezione logica dei fondamenti - attenta alla ricerca ed alla individuazione delle assunzioni e delle forme di argomentazione e la concezione matematica, concentra la propria attenzione sui contenuti della matematica stessa.

Con le Grundlagen di Hilbert ed i Grundgesetze di Frege, punto di arrivo di un secolo di indagini sui fondamenti della matematica, si conclude la grande stagione della ricerca logica del XIX secolo; tuttavia tra queste opere e la ricerca logica del nuovo secolo i lavori di Russel, Hilbert, Brouwer non vi

è un legame immediato. Il fatto nuovo è costituito dalla crisi dei fondamenti che si aprì nel 1902, appunto con la scoperta - ad opera di Russel - di contraddizioni nella teoria degli insiemi di Cantor e Frege.

L'antinomia, che Russel era riuscito a derivare dal V° Principio dei Grundgesetze, mostrava che l'assunzione dell'esistenza, per ogni condizione linguistica, dell'insieme di tutti e soli gli oggetti che la soddisfano, portava a contraddizioni ed era pertanto inaccettabile.

L'origine di questa frattura (tra grande logica e ripresa della ricerca nel '900) non stava d'altra parte nel solo paradosso di Russel, che colpiva il carattere troppo liberale e illimitato della definizione cantoriana di insieme, come estensione di proprietà arbitrarie.

Il ragionamento di König, ad esempio, portava ad una contraddizione ben più profonda che metteva in antagonismo i due pilastri della costruzione cantoriana: (a) la concezione degli insiemi come estensioni di proprietà specificata da condizioni linguistiche; (b) l'ipotesi del continuo, come affermazione della possibilità di fondere in un'unica nozione la considerazione cardinale e ordinale.

Entrambi i paradossi, come anche quelli di Burali-Forti e di Richard, colpivano non soltanto le nozioni centrali del punto di vista logico e matematico del lavoro di Cantor, ma proprio quelle nozioni che erano direttamente coinvolte nelle ricostruzioni di Frege e di Dedekind delle strutture classiche dei numeri naturali e reali, ricostruzione la cui importanza consisteva nella possibilità di determinare i concetti matematici fondamentali su basi puramente logiche, libere da presupposti empirici o psicologici. In altre parole, l'aspetto più rilevante dei paradossi consisteva nel colpire la connessione stabilita da Frege, Cantor e Dedekind fra logica e matematica.

Le antinomie non sembravano lasciare alternativa: o si rinunciava a concepire come determinato in modo assoluto (puramente logico) il concetto di insieme, come estensione di una

proprietà; oppure si doveva ammettere che c'era qualcosa di profondamente sbagliato nell'analisi logica che si era condotta.

In entrambi i casi la questione riguardava la costituzione stessa dei concetti matematici. Essendo in crisi la possibilità di definire, con un vocabolario e con principi puramente logici e assoluti, i concetti matematici fondamentali, risulta chiaro come le posizioni emerse in seguito alla scoperta delle antinomie dovessero tutte proporsi di chiarire quale relazione vi fosse tra logica e matematica, in quale senso la matematica potesse essere una scienza certa.

### 3.2 - Intuizionismo e costruttivismo

La prima risposta è un netto rifiuto di ogni possibile fondazione della matematica su basi logiche, con la conseguente affermazione dell'autonomia della logica dai concetti matematici fondamentali. La matematica ha un contenuto suo proprio che le proviene direttamente e senza mediazione dall'intuizione e, come tale, è indipendente tanto dall'esperienza sensoriale quanto dalla strutturazione logica. In questo senso la logica non è che una veste che, per scopi di comunicazione, viene imposta a contenuti che ne sono del tutto indipendenti.

La logica rimane quindi una pura forma vincolata a strutture linguistiche e, come tale, niente affatto normativa nei confronti dei contenuti che provengono appunto dall'intuizione. È questo il punto di partenza di Poincaré e, più tardi, dell'intuizionismo di Brouwer, alla cui base è il concetto di costruzione matematica. Per il costruttivismo - come per l'intuizionismo - il problema centrale è quello di costruire, a partire da dati intuitivi, i concetti base della matematica classica; a questo punto le posizioni divergono.

Secondo Poincaré è possibile ottenere oggetti matematici solo ricorrendo ad enti già dati senza far riferimento a totalità non ancora costruite. È questo il principio del circolo

vizioso (caratterizzante la posizione predicativista). La critica di Poincarè colpiva, tuttavia, solo un aspetto del logicismo cantoriano, vale a dire la sua pretesa di affermare l'esistenza di enti - gli insiemi - sulla base della semplice loro definibilità (e non costruibilità) a partire da enti già dati.

Nell'analizzare il concetto di costruzione, Poincarè si era pur sempre fondato (secondo Brouwer) su considerazioni linguistiche e logico-formali; egli ammetteva infatti che un insieme (o un qualsiasi ente) definibile in modo finito, in termini di enti già dati, poteva essere considerato come dato. Proprio questa sostanziale accettazione di una nozione linguistica costitutiva, a parere di Brouwer, il limite del predicativismo di Poincarè.

A partire dal 1910 Brouwer tentò l'impresa di ricostruire la matematica ex-novo, basandosi su una analisi diretta del concetto di costruzione e rifiutando ogni forma di compromissione con la matematica classica o con l'atteggiamento logicista. Secondo Brouwer, il linguaggio e la logica non sono i presupposti della matematica, ma questa ha la sua fonte nell'intuizione che ci rende immediatamente evidenti i suoi concetti e le sue deduzioni; l'affermazione che esiste un oggetto dotato di una certa proprietà, significa che vi è un metodo riconosciuto che permette di trovare o di costruire l'oggetto mediante un numero finito di passi. Formalismo e logicismo ricevettero potenti stimoli alla propria autochiarificazione dal confronto diretto col predicativismo prima e con l'intuizionismo poi.

### 3.3 - Logicismo

Russel, sul cui pensiero è grande l'influenza di Peano, prendendo le mosse dalla teoria del circolo vizioso di Poincarè, compie il primo passo di quella ricostruzione globale di concetti logici che stava alla base della concezione logicista.

In effetti i "Principia" di Russel rappresentano la concre-

tizzazione della tesi logicista di offrire una precisa ricognizione di quanta matematica si potesse ricostruire con un nuovo linguaggio logico generale, senza che in essa sorgessero contraddizioni. Il programma di Russel assume dunque l'idea di una "grande logica" unificante e unificata che, stabilito il suo linguaggio e le sue regole di inferenza, deve consentire di trascrivere deduttivamente tutta la matematica, avendo come metodo esclusivo quello di passare in rassegna l'intero dominio dei concetti e degli schemi definitivi e dimostrativi e, attraverso l'analisi della loro articolazione interna, isolarne le idee dei principi fondamentali.

Ma la necessità di ridefinire l'idea di logica portava ad oscillazioni dovute alle esigenze contrastanti di non assumere una logica troppo complessa da ingenerare paradossi e di averla però sufficientemente potente da permettere una descrizione della matematica classica. Nel suo tentativo allora, Russel era costretto a postulare assiomi (principio di riducibilità, assioma di scelta, assioma di infinito) che facevano assunzioni "il cui carattere esistenziale trascendeva ogni norma di verità di logica plausibile" e che si ponevano come assiomi di carattere extra-logico o sintetico.

Gli interrogativi posti dalla costruzione logica di Russel raggiungono di fatto la conclusione con l'opera di un grande matematico, economista e logico, fondatore della scuola soggettivistica nella teoria della probabilità: Ramsey.

Muovendo una critica interna al logicismo nel suo saggio "The foundations of mathematics" del 1925, Ramsey si propone di fornire una esposizione esauriente dei fondamenti secondo il metodo generale di Frege, Whitehead e Russel. Sulla scorta di questi autori, egli sostiene - contrapponendosi alle posizioni formaliste e intuizioniste - che la matematica è parte della logica.

Il punto centrale della revisione di Ramsey, con la quale egli ritiene di poter superare le difficoltà presenti nel programma di Russel, consiste nella definizione di funzione predicativa. Si parte dalla considerazione che l'essere una funzio



ne elementare o no (predicativa o no, nella terminologia di Russell) non è una caratteristica reale della proposizione stessa, bensì del suo modo di espressione; una stessa proposizione può essere espressa sia come "elementare", sia come "non elementare".

Il problema diventa linguistico-simbolico; esso consiste nella individuazione di un campo di simboli da assegnare alle funzioni di funzione, che non è fissato oggettivamente, ma dipende dai metodi adottati per costruire simboli. Per la definizione di questo campo, si possono seguire due strade: un metodo soggettivo, indicato da Russell, che consiste nel definire il campo delle funzioni che possono essere costruite in un certo modo; un metodo "oggettivo" indicato da Ramsey, che consiste nel trattare le funzioni di funzioni esattamente come si trattano le funzioni di individuo. Ramsey, pur ritenendo corretta in un primo tempo - come si è visto - la tesi logicista, concluse con una nota di pessimismo, che lo portò ad allontanarsi da queste posizioni, per manifestare un avvicinamento al finitismo hilbertiano, una particolare formulazione del formalismo, che accoglieva non poche premesse del progetto logicista di giustificazione della matematica classica.

### 3,4 - Hilbert

Relativamente all'affidabilità della matematica classica, come all'esistenza degli enti matematici (i due aspetti dello stesso problema), il punto da cui muove Hilbert non è la considerazione di un sistema unitario, in cui tutti i principi di formazione degli oggetti matematici siano riuniti, quanto le singole teorie matematiche, poste in forma assiomatica. Il problema dell'esistenza degli enti matematici, l'affidabilità della matematica, non riguardano in altri termini concetti o enti considerati singolarmente, ma teorie o sistemi di enunciati. Per Hilbert, l'intera matematica è il repertorio dei teoremi matematici storicamente dati, repertorio "logicamente artico-

lato e diviso in rubriche opportunamente ordinate" costituenti le teorie assiomatiche. Non vi è contenuto specifico o intuizione fondamentale, ma una rete logica che collega enunciati ad enunciati, teorie a teorie.

Sono appunto le singole teorie come sistemi di enunciati, e non i concetti (Russel) o i costrutti (Brouwer) a costituire le unità in cui si articola il discorso matematico. Fondare la matematica significa fondare le singole teorie e ciò significa a sua volta dimostrare la loro non-contraddittorietà. Le singole teorie in quanto sistemi di enunciati, sono l'insieme codificato delle condizioni che poniamo sull'esistenza di enti legati tra loro da date condizioni. Una teoria ha come criterio unico per la propria giustificazione la non-contraddittorietà delle condizioni che pone: è la non-contraddittorietà, dunque, a garantire come esistente il dominio degli oggetti che la teoria vuole descrivere. Esistenza degli enti matematici e affidabilità delle teorie vengono in questo modo a coincidere.

La soluzione che Hilbert propone alla non-contraddittorietà, parte da una distinzione di fondo tra i vari enunciati matematici: da una parte quelli la cui correttezza è immediatamente riconoscibile, essendo basati su contenuti materiali riconoscibili, enunciati che quindi si riferiscono ad oggetti concreti; dall'altra gli enunciati che facendo riferimento a totalità infinite o ad oggetti astratti, non godono di questa immediatezza. Hilbert pone dunque il confine dell'evidenza immediata sul finito e non sul costruttivo. Tutte le teorie che non fanno riferimento nei loro assiomi ai soli oggetti spazio-temporali sono teorie ideali, prive di contenuto materiale. Per fondarle occorre dimostrare che è lecito assumere che abbiano un contenuto in base al quale dimostrare la non-contraddittorietà. Ora, perché questa dimostrazione abbia un significato, occorre si svolga entro quella parte della matematica (la finitista) che, partendo da un nucleo primitivo del pensiero, legato alla manipolazione concreta degli oggetti, non presenta il problema della non-contraddittorietà. Il formalismo non mira a giustificare le singole teorie costruendo per esse un contenuto, ma vuole piuttosto dimostrare che l'assunzione dell'esistenza di con

tenuti è materialmente giustificata su base finitista.

La fondazione cessa di essere la ricostruzione entro un sistema unico per tutte le teorie, formulato nello stesso linguaggio, nello stesso livello, per trasformarsi nello studio di esse come oggetti, entro un linguaggio che non è il loro (metalinguaggio) ed entro una teoria (metateoria) che non deve riprodurre i loro "contenuti", ma dimostrarne la non-contraddittorietà. Con questo perde senso l'idea di una grande logica come sistemazione unitaria di tutti i concetti astratti. Sotto l'influenza di Hilbert, l'interesse dei logici andava spostandosi verso nuovi campi legati tutti all'idea di fondo della logica come indagine delle teorie formulate entro linguaggi formali specifici.

Il programma hilbertiano, che risultava sufficientemente determinato e articolato da permettere sviluppi logico-matematici precisi divenne, per tutti gli anni venti, il fulcro della ricerca logica (assieme alla matematica intuizionista); questo fino a quando, nei primissimi anni trenta, venne affermata l'impossibilità di principio di una dimostrazione finitista della coerenza della teoria dei numeri. Nel 1931 infatti, il matematico austriaco Kurt Gödel con la celebre memoria "Sulle proposizioni formalmente indecidibili dei Principia Mathematica e sistemi affini", dimostrò, riferendosi ai sistemi assiomatico-formali più comprensivi, che in tali sistemi, problemi relativamente semplici della teoria dei numeri non potevano essere decisi sulla base degli assiomi.

All'interno di un sistema rigidamente logico, quale ad esempio quello che Russel e Whitehead avevano sviluppato per la aritmetica, è possibile - secondo Gödel - formulare proposizioni che sono indecidibili o indimostrabili nell'ambito degli assioni del sistema. In altre parole, all'interno di tali sistemi, vi sono asserzioni ben precise che non possono essere né dimostrate né invalidate. "Non è dunque possibile giustificare teorie forti almeno quanto l'aritmetica, senza ricorrere, nella metateoria, ad assunzioni più potenti, e quindi trascendenti la matematica finitista". Il risultato di Gödel, preclu

dendo ogni speranza di poter giungere alla certezza matematica attraverso l'impiego dei metodi convenzionali, pregiudicava l'ideale della scienza di trovare un insieme di assiomi dai quali fosse possibile "dedurre tutti i fenomeni del mondo attuale".

In questo (tralasciando l'enorme valore intrinseco) consiste la centralità dell'opera gödeliana nella storia della logica del nostro secolo: "(essa) costituisce la linea di demarcazione fra due epoche diverse della ricerca logica, la prima che giunge fino agli anni trenta, legata a programmi e in sostanza (se si esclude l'intuizionismo) vincolata al progetto di una giustificazione della matematica classica su basi indubitabili, la seconda che prende appunto le mosse dalla constatazione dell'impossibilità di una tale giustificazione". Negli anni trenta ha dunque termine l'epoca delle grandi scuole. La logica post-gödeliana, constatata l'impossibilità delle varie riduzioni proposte dalle scuole, cerca di appurare i limiti delle varie concezioni, circoscrivendone gli ambiti di applicabilità. La ricerca non muove più dall'esigenza di fondazione di tutta la matematica sulla logica, sulla matematica finitista, su quella costruttivista, ecc., ma cerca di indagare come "questi vari elementi compaiano nell'edificio globale o nelle singole teorie".