

SCIENZE REGIONALI

1

**L'ANALISI
DEGLI INSEDIAMENTI
UMANI E PRODUTTIVI**

a cura di

**Giorgio Leonardi e
Giovanni A. Rabino**

Associazione italiana
di scienze regionali

FRANCO ANGELI

I saggi contenuti in questo volume sono una scelta di quelli presentati alla terza conferenza dell' AISRe a Venezia nel novembre 1982. Una selezione dei saggi presentati alla seconda conferenza AISRe (Napoli, 1981) sarà pubblicata nel secondo volume della collana. Per una scelta dei saggi presentati alla prima conferenza AISRe (Roma, 1980), si rinvia al volume della collana dell'Istituto di analisi dei sistemi ed informatica del Consiglio nazionale delle ricerche, in corso di pubblicazione.

Copyright © 1984 by Franco Angeli Editore, Milano, Italy.

E' vietata la riproduzione, anche parziale o ad uso interno o didattico, con qualsiasi mezzo effettuata, compresa la fotocopia, non autorizzata.

INDICE

Prefazione <i>di G. Leonardi e G.A. Rabino</i>	pag. 7
Dinamica spaziale della popolazione: un approccio analitico al caso italiano <i>di D. Campisi e G. Totaro</i>	" 13
Mobilità residenziale: un modello di popolazione secondo la composizione dei nuclei familiari <i>di L. Emanuele, M. Montagnana e F. Prizzon</i>	" 35
Un modello regionale degli investimenti in abitazioni per il Veneto <i>di M. Toniolo e T. Di Fonzo</i>	" 45
Differenze nei processi di localizzazione delle grandi e piccole imprese manifatturiere <i>di M. Terrasi Balestrieri</i>	" 67
I servizi per lo sviluppo delle imprese <i>di F. Boscacci, E. Ciciotti, P. Formica e F. Rivolta</i>	" 89
Allocazione industriale e morfogenesi urbana <i>di G. Chiriatti, M. Montagnana, G. Plescia e A. Porcu</i>	" 119
L'evoluzione del fenomeno urbano in Europa analizzata attraverso la legge rango-dimensione <i>di P. Ceresa, A. Mela, A. Mela, M. Pellegrini e P. Petsimeris</i>	" 149
Politica economica quantitativa con i modelli regionali-nazionali <i>di D. Martellato</i>	" 173

- Il sistema di modelli per lo studio di caso della Toscana: strutture dei singoli modelli e delle loro interrelazioni
di A. Cavalieri, D. Martellato e F. Snickars pag. 183
- L'applicazione di un modello dinamico a larga scala per l'area metropolitana di Torino
di C.S. Bertuglia, T. Gallino, I. Gualco, S. Occeili, G.A. Rabino, C. Salomone e R. Tadei " 205
- Analisi delle differenziazioni territoriali a scala regionale
di G. Simonelli " 229
- L'analisi multi-criteria come strumento di guida per la formazione, oltre che per le scelte di strategie di piano
di G. Las Casas " 253
- Un modello di simulazione per il porto di Venezia
di E. Canestrelli " 273

PREFAZIONE

di Giorgio Leonardi⁺ e Giovanni A. Rabino^{*}

Io, per parte mia, sostengo l'opinione esattamente opposta ed affermo che ogni volta che una disputa è infuriata per qualche tempo, specialmente in filosofia, il problema che stava alla sua base non era mai un problema di pure e semplici parole, ma un autentico problema intorno a cose.

E. Kant (1786)

Certamente a taluni questa prefazione non piacerà. Dicia molo subito: nel seguito, la chiave di lettura delle Scienze Regionali, il "taglio" interpretativo - come usa dire-, è quello del fisico-matematico.

Considerato che questo è il I° volume della collana di Scienze Regionali curata dall'AIRe, ci si sarebbe più che mai potuti limitare ad una introduzione un po' formale ed accademica.

Metter giù, come si fa in questi casi, tre o quattro cartelle di divagazioni intorno al titolo, sottolineando come, trattandosi appunto del I° volume della collana, si è scelto un argomento molto vasto che permette di dare un'idea di cosa sono le scienze regionali; facendo osservare che, per quanto vasto, il titolo privilegia un solo aspetto delle scienze stesse, quello dell'analisi dei sistemi territoriali, e trascura altri importanti momenti, come quello della pianificazione e del controllo; e, magari, disquisendo su come il termine insediamenti in italiano ha ormai un po' troppo odore di necropoli preistorica e non rende più così bene tutti i contenuti del corrispondente inglese "settlement".

+ I.I.A.S.A. - International Institute for Applied Systems Analysis - Laxenburg, Austria.

* I.R.E.S. - Istituto di Ricerche Economico-Sociali del Piemonte - Via Bogino 21, Torino, Italia.

Dire poi che per illustrare i vari aspetti dell'analisi degli insediamenti umani e produttivi alle diverse scale territoriali (da quella urbana a quella nazionale) si sono utilizzati un ristretto insieme di lavori tra i molti presentati alla Conferenza nazionale dell'AISRe di Venezia (novembre 1982).

Introdurre infine la sequenza di lavori contenuti nel volume sottolineandone le interrelazioni ed il rapporto con l'argomento individuato dal titolo del volume stesso.

Colti però dal sospetto che questa prefazione, come migliaia di altre prefazioni, introduzioni, editoriali, ecc., possa essere saltata a piè pari dal lettore (o è solo una cattiva abitudine dei due scriventi?) per rendere meno tedioso lo scrivere per nessuno, abbiamo messo già qualche idea personale su cosa sono le scienze regionali (che poi, come si è accennato, è quanto si propone di fare questo volume attraverso l'insieme di lavori contenuti), sicuri dell'impunità offerta dal fatto che nessuno le leggerà.

Cominciamo col dire dell'importanza dell'interdisciplinarietà, punto su cui non crediamo di imbatteci in oppositori (ma solo, in questo periodo di disciplinarissimi concorsi universitari, in feroci o inferociti sostenitori); e aggiungiamo subito che nell'interdisciplinarietà sono compresenti sempre due tendenze: quella analitica, quando dall'interazione tra discipline si cercano nuove branche della scienza, e quella sintetica, quando dall'interazione si cerca una nuova disciplina unitaria più generale.

Senza sminuire l'importanza del momento analitico (la storia di tutte le scienze è un susseguirsi in alternanza di analisi e sintesi, anzi è forse la dialettica tra i due momenti il motore della storia) quello che vogliamo qui sottolineare è la centralità dello sforzo di unificazione. Perché un ruolo così fondamentale? Perché, se scienza significa spiegare i fenomeni attraverso le loro cause e tanta più scienza c'è quanti più fenomeni sono descritti in termini di un minore numero di cause ultime, allora la costruzione di teorie unitarie coincide col concetto stesso di scienza. Come il cammino delle scienze fisiche naturali in segna: dallo stupendo costruito unitario della geometria euclidea, alla superba sistematizzazione della meccanica di Galileo, Newton, Lagrange, Hamilton, alle eleganti teorie unitarie dell'elettromagnetismo (di Maxwell), della termodinamica (di Boltzmann) ecc., alla geniale teoria della relatività generale (di Einstein), alla tanto ricercata teoria unitaria di tutte le forze della natura a cui hanno lavorato e stanno lavorando le migliori menti scientifiche.

Si è usato di proposito termini come stupendo, superbo,

elegante, perchè sempre le teorie unitarie hanno suscitato ammirazione; una ammirazione che non vorremmo che qualcuno attribuisse ad una presunta complessità delle teorie stesse che, anzi, sono apprezzate proprio al contrario per la loro semplicità. Infatti ove non si voglia attribuire al concetto di semplicità una dimensione estetica o pragmatica, una sua definizione rigorosa non può che fare riferimento al numero di assiomi necessari per costruire la teoria: quanto meno numerosi sono, tanto più la teoria è semplice (proprio quello che richiede il celebre Rasoio di Occam, quando si deve scegliere tra diverse teorie equipotenti).

Così siamo arrivati ad una fondamentale identità tra semplicità, scienza ed unificazione teorica, che si sostanzia nel riconoscimento di pochi potenti concetti esplicativi di tutto, quali, ad esempio nelle scienze fisiche, i concetti di spazio, tempo, massa, ecc..

Qui vogliamo in particolare richiamare il ruolo dello spazio; ma prima di ciò ci si permetta una breve digressione sul linguaggio della scienza. Perchè si possano unificare discipline diverse è necessario che siano espresse in modo compatibile, e cioè nello stesso linguaggio, e se questo deve valere per tutte le discipline, deve trattarsi di un linguaggio generale astratto (nel senso di non direttamente condizionato dagli specifici contenuti disciplinari). Parrebbe dalle scienze naturali che la matematica (il linguaggio matematico nel senso più lato, non la sola semplice algebrina) abbia svolto dignitosamente questo ruolo e così crediamo che possa ragionevolmente proporsi come linguaggio unificante anche per le scienze umane (che, come diviene sempre più evidente, non sono poi così distanti dalle prime come una volta si pensava).

Ritornando al ruolo dello spazio nelle scienze fisiche, osserviamo che da semplice supporto su cui si giocano certi fenomeni, come nella meccanica classica, è diventato man mano, nel processo di unificazione scientifica, elemento accomunante di discipline che altrimenti sarebbero scarsamente relazionate l'una all'altra, come l'ottica, l'elettricità, il magnetismo, la termodinamica, l'idrodinamica, ecc., poi elemento fondamentale dei fenomeni, come nelle teorie dei campi potenziali, infine essenza del fenomeno, come nella relatività generale dove la massa stessa è ridotta a distorsione dello spazio-tempo.

Orbene, e siamo giunti al punto cruciale, noi crediamo che intorno a concetti come quello di spazio si possa costruire una unitarietà teorica delle scienze umane (ed in particolare di quelle regionali che studiano in varie for

me il ruolo dello spazio negli insediamenti umani e prodotti vi) e pensiamo che nella mente dei padri fondatori delle Scienze Regionali, così come nella mente dei promotori delle diverse Associazioni di Scienze Regionali al di là del dichiarato obiettivo di promuovere lo sviluppo di questo ramo di studi a favore del progresso scientifico (e dei suoi positivi riflessi sulla collettività umana) ci sia stata latente una ben più ambiziosa meta, quella che certamente voi avete capito ed è inutile ripetere.

E veniamo, brevemente, ai lavori contenuti in questo volume, cominciando col dire qualcosa a proposito dei criteri di selezione per ridurre il centinaio di lavori presentati alla Conferenza di Venezia a circa una dozzina, adeguati a bene illustrare l'argomento del volume. Un compito ingrato, come sempre, quello della decimazione, reso ancora più difficile dalla buona (ma, onestamente, migliorabile) qualità di quasi tutti i lavori come testimonia il fatto che una consistente parte dei lavori presentati o ha trovato successivamente sbocchi editoriali o era già stata pubblicata (deprecabile costume, questo, di presentare comunicazioni non originali, che perciò - sono state escluse dalla selezione per il presente volume).

Con questo, i lavori prescelti non sono stati selezionati perché fossero la crema della Conferenza - anche se sono tutti tra i migliori - ma, come già si è detto, si è appositamente cercato di mettere insieme lavori che fornissero una buona panoramica del complesso di problemi affrontati dalle Scienze Regionali.

Da questo solo criterio ne è disceso per il volume, come ci si è reso conto a posteriori, un carattere un po' di miscellanea anche sotto molti altri punti di vista. C'è una buona rappresentatività di tutti i luoghi dove si fa ricerca regionale, Roma, Milano, Torino, Venezia, (con l'assenza preterintenzionale e quindi non priva di un non banale significato, del Mezzogiorno); c'è un equilibrio tra filone teorico e filone sperimentale; c'è una giusta compresenza di differenti ambiti di ricerca (Istituti regionali di ricerca, Enti nazionali quali CNR e CASMEZ, Università); c'è un ampio insieme di discipline; c'è di che non scontentare neppure le femministe (battuta che ci costerà la fama di maschilisti!).

Malgrado tutto ciò non è difficile trovare una quantità incredibile di fili che uniscono i vari lavori (se non tutti insieme, almeno a gruppi) e questi fili sono proprio le problematiche, le metodologie e le linee culturali che, come abbiamo appena visto, possono essere, per un certo verso, elementi di differenziazione dei lavori, ma anche, per altri versi, elementi di unificazione.

Nell'organizzare la sequenza di lavori abbiamo privile-
giato uno di questi filii, ed, alla luce di tutto quanto pri-
ma detto, non stupirà che questo sia lo spazio in una delle
sue fenomenologie più tipiche: la localizzazione degli inse-
diamenti umani. Da questo il titolo del volume.

Così ci sono all'inizio due lavori concernenti la loca-
lizzazione della popolazione: il lavoro di D. Campisi e G.
Totaro che nell'ambito di un approccio demografico affronta
il problema della distribuzione della popolazione a scala re-
gionale ed il lavoro di L. Emanuele et al. che reca un con-
tributo teorico allo studio della localizzazione della popo-
lazione alla scala urbana.

Non si può considerare la localizzazione delle residenze
senza affrontare poi anche il problema delle abitazioni. Co-
sì dopo il lavoro di Emanuele et al. si è collocato il con-
tributo (sperimentale) di M. Toniolo e T. Di Fonzo sugli in-
vestimenti nel settore abitativo in Veneto.

Seguono tre contributi concernenti aspetti della localiz-
zazione delle attività produttive (industrie e servizi): i
primi due, rispettivamente di M. Terrasi Balestrieri e di
F. Boscacci et al., si collocano sostanzialmente nell'ambi-
to classico della teoria dell'impresa, mentre il terzo di
G. Chiriatti et al. è un approccio decisamente non conven-
zionale (e teorico).

Ci sono poi cinque lavori che affrontano il problema del-
la localizzazione congiunta di popolazione ed attività pro-
duttive, sia con modelli unificanti aggregati sia con model-
li disaggregati. Collocandoli (approssimativamente) secondo
un criterio di scala territoriale decrescente (dalla scala
nazionale e sovranazionale a quella locale) abbiamo il lavo-
ro di P. Ceresa et al. relativo alle attuali tendenze gene-
rali dei processi insediativi, il lavoro di D. Martellato
(input-output multiregionale), il lavoro di A. Cavaliere et
al. (input-output regionale), il lavoro di C.S. Bertuglia et
al. (modello di sistema urbano) ed il lavoro di G. Simonel-
li (differenziazione territoriali locali).

Completano il volume due lavori che ci permettono due con-
siderazioni finali.

La prima concerne l'uso degli studi di scienze regionali
nella pianificazione e gestione del territorio. In tutti i
precedenti lavori la fase di analisi del sistema territoria-
le è quella prevalente così che il contributo al decisore è
essenzialmente in termini di fornitura di informazioni su
cui basare le scelte (anche i modelli di simulazione di sce-
nari si collocano in questa ottica). Nel lavoro di G. Las
Casas è invece affrontato proprio il problema delle scelte
e di come metodi formalizzati (in particolare nell'ambito

delle scelte territoriali) possano aiutare a compierle.

La seconda concerne l'argomento abbastanza anomalo rispetto ai precedenti, trattato nell'ultimo lavoro del volume, quello di E. Canestrelli relativo al traffico nel porto di Venezia.

E' bene che sia presente in questo volume un lavoro di tale genere perchè testimone di un importante filone all'interno delle Scienze Regionali e cioè di quello della Ricerca Operativa, da cui molti buoni contributi sono stati dati alla Conferenza di Venezia e che purtroppo motivi di spazio non consentono di riportare; e perchè, più in generale, testimone di tutti quegli altri filoni delle Scienze Regionali che per lo stesso motivo qui non compaiono.

DINAMICA SPAZIALE DELLA POPOLAZIONE:
UN APPROCCIO ANALITICO AL CASO ITALIANO

di Domenico Campisi* e Giuseppe Totaro+

Sommario

In questo lavoro vengono esaminate le proprietà dinami - che dei sistemi multiregionali di popolazione. Le equazioni guida vengono riscritte in termini di autovalori ed autovet - tori associati alla matrice di crescita; le componenti tran - sitorie di breve periodo vengono analizzate e separate da quelle monotoniche di lungo periodo.

In una applicazione alle cinque ripartizioni italiane ven - gono applicati i metodi esposti e viene dibattuto l'attuale sviluppo demografico ineguale fra le regioni del Sud e del Nord Italia.

1. *Introduzione*

Il processo di proiezione di un sistema multiregionale di popolazione espresso in termini di equazioni alle diffe - renze finite del primo ordine, gode della proprietà di rag - giungere lo stato ergodico caratterizzato da una distribu - zione indipendente da quella originaria per classi d'età e regione.

Il processo di crescita nel breve periodo dipende tutta - via dalle caratteristiche strutturali della popolazione e dalla sua distribuzione spaziale.

Dopo aver richiamato la teoria dei modelli di proiezione multiregionale delle popolazioni, nel secondo paragrafo, il sistema di equazioni viene decomposto in termini di autova - lori ed autovettori associati alla matrice di crescita mul - tiregionale e vengono esaminate le componenti che guidano il processo di crescita fino alla stabilità.

Nel terzo paragrafo le tecniche descritte vengono appli -

* Progetto Finalizzato Trasporti del C.N.R. Viale dell'Uni - versità 11 - 00185 Roma - Italia

+ Istituto di Analisi dei Sistemi ed Informatica del C.N.R. Viale Manzoni 30 - 00185 Roma - Italia

ALLOCAZIONE INDUSTRIALE E MORFOGENESI URBANA

di Giovanni Chiriatti-Manfredo Montagnana-
Giacinto Plescia e Alessandro Porcu*

Sommario

Nel presente lavoro, se pure le metateorie scientifiche degli urbanisti appaiono eleganti e talvolta affascinanti ci si domanda: che cosa è lo specifico urbano? Non risulta che alcun tecnico o teorico abbia assunto questa domanda come punto di partenza: nè chi aggrega dati, calcolando *inputs* o *outputs* in una "black box", nè chi riduce la problematica a quella della meccanica newtoniana, utilizzando gli strumenti dell'economia neoclassica (Chiriatti, Plescia, Porcu 1980).

Fra le proposte di matematizzazione della realtà, l'unica che dichiari di muoversi all'interno del contesto individuato dagli autori è la teoria della stabilità strutturale di R. Thom.

1. Creodo del modello

La città è un sistema aperto che scambia sia materia sia energia con il mondo esterno; è isologica sia alle unità produttive e abitative, che la costituiscono, sia ad altri sistemi aperti della fisica, della biologia e della chimica (vedi figura 1) (Prigogine, Allen, Herman, 1977).

La valutazione diffusa che il sistema urbano sia composto da puntualità atomiche, le cui dinamiche siano esprimibili mediante relazioni algebriche lineari, non convince. All'interno della puntualità, e produttiva e riproduttiva, esiste una conflittualità che esplicita la morfologia urbana.

Quali elementi intervengono in queste forme considerate atomiche e amorfe? Qual'è la dinamica espressa al suo interno ed in interazione con lo spazio metropolitano?

Nel presente lavoro si fa uso dei seguenti elementi fon-

* Politecnico di Torino - Dipartimento di matematica

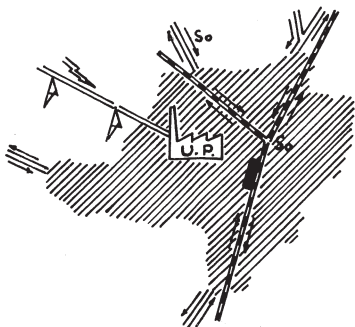


Figura 1
metropoli : sistema aperto

Figura 2
Schema di produzione
in una F

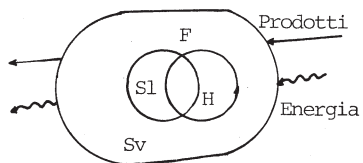
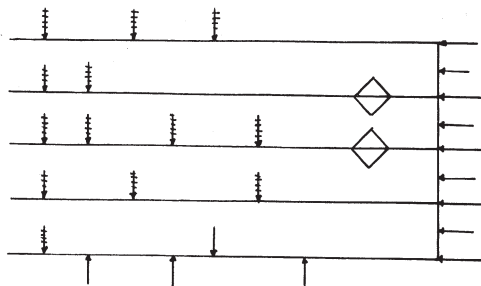


Figura 3
Semantica statica di F

damentali:

- So "sistema organizzativo", insieme dagli elementi, organizzati in forma logica, costituenti l' intelaiatura produttiva e riproduttiva di un sistema urbano; nel modello proposto si considera soltanto un sistema organizzato di produzione (per esempio nel campo dell' biologia, vedi: Prigogine, Nicolis, 1977);
- Up "unità produttiva", sistema aperto di produzione contenente macchine, forza lavoro, merci, fonti energetiche e spazio vuoto connettivo, coordinati in un modo razionale e pianificato definito (vedi figura 2);
- H "macchina", sistema aperto scientificamente organizzato di complessi meccanici classici;
- H' macchina innovata", macchina con sistemi elettronici informativi (*hardware*) e con sistemi algoritmici (*software*);
- Sl "spazio di lavoro", nella nozione standard è lo spazio occupato dalla forza lavoro produttiva; in fase "espansiva" è Psl, quando è sussunto da H è Vsl;
- Psl "pieno spazio di lavoro";
- Vsl "vuoto spazio di lavoro";
- Sv "spazio vuoto", è lo spazio che connette le varie funzioni;
- Ds "desiderabilità spaziale", in forma "espansiva" è quella espressa dall'attività di Psl ed H; in forma "implosiva" è quella espressa da H';
- F "fabbrica", è il simbolo sematico del simbolo fisico Up.

Osservazioni

1. Tutte le variabili sono state qui introdotte a rappresentare spazi delimitati rispetto ad altri ed in interazione con questi. Si può pensare ad una interpretazione di ciascuna variabile rivolta ai processi che si svolgono all'interno dello spazio corrispondente; per non appesantire la trattazione ci si è limitati ad introdurre il simbolo F per rappresentare tale interpretazione in corrispondenza alla variabile Up.
2. In questa fase della costruzione del modello, non vengo-

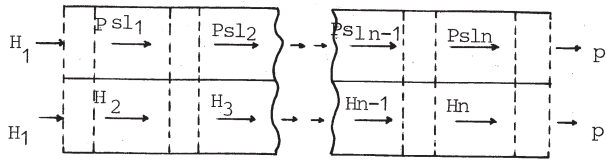


Figura 4
 Segmento della dinamica in F

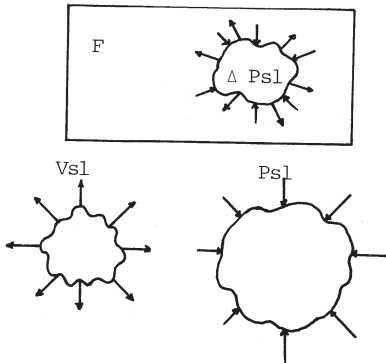
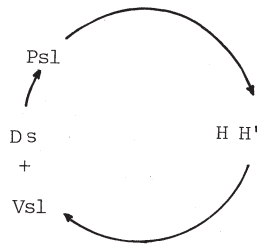


Figura 5
 Forme della dinamica di Ds

Figura 6
 Semantica di Ds



gono presi in considerazione l'energia ed i prodotti, che si suppongono a flusso continuo e illimitato.

3. Tutte le variabili, in quanto appartenenti allo spazio tridimensionale, si suppongono misurati in metri cubi.

Una visione statica e schematica del modello potrebbe essere, in una prima approssimazione:

$$Sl U H U Sv = F,$$

supponendo trascurabile il ruolo dell'energia e dei prodotti (vedi figura 3).

La dinamica

Con riferimento ad un esempio di Prigogine (vedi figura 4), si osserva che Sl in fase espansiva è Psl, caratterizzatore e acceleratore di una reazione produttiva senza essere consumato da quella. Ciascun Psl esegue un compito specifico secondo una sequenza complessa di operazioni.

H è trasformato nel prodotto P dalla azione di Psl ovvero di Psl u H. Il prodotto iniziale è veicolato in un diagramma meccanico, da sinistra a destra: in ciascuna membrana meccanica un Psl "imprigionato" esegue una data operazione sulla materia, per poi mandarla avanti verso lo stadio successivo. Una "fluttuazione" nell'elemento di spazio di lavoro Sl crea instabilità nello spazio occupato, che, al di sotto della dimensione critica, si esprime in Vsl e, al sopra della dimensione critica, si esprime in Psl. Se Sl continua a crescere, esso trasforma lo spazio vuoto in spazio occupato da Ds (vedi figura 5). L'effetto dell'ambiente esterno (che può essere F oppure So), rispetto al quale le fluttuazioni possono considerarsi piccole, tende a smorzare queste attraverso le interazioni che hanno luogo ai bordi della regione. Nel caso di fluttuazioni di piccole dimensioni, gli effetti di bordo dominano completamente e le fluttuazioni tendono a regredire, mentre per fluttuazioni più grandi gli effetti di bordo sono meno sensibili.

Oltre alla visione sincronica vi è quella diacronica, in cui un sistema, supposto sezionabile nella successione Psl → H → Psl → H..., viene turbato e trasformato (nel suo codice) in Psl → H → Psl → Psl → H → Psl → Psl → H..., ove i nuovi Psl che compaiono hanno già la forma di Ds, secondo una successione di "catalisi incrociate": Psl produce H, H produce Vsl che si trasforma in Psl nella sua fase desiderante Ds (vedi figura 6).

Nel seguito, la fase implosiva, in cui H' è determinante, sarà espressa in versione catabolica thomiana, così come la fase esplosiva sarà espressa nel credo epigenerato da H e da Psl.

Il problema

Consiste nel definire un modello dinamico logico-matematico, della diffusione e continuazione di F (in fase allosterica) in un sistema urbano aperto, relativamente alla interazione conflittuale di H e PsI all'interno di F . Le tappe del lavoro sono: alcuni richiami sulla "stabilità strutturale"; la interpretazione delle variabili e la costruzione del modello; l'evoluzione del sistema: lo studio della dinamica interna; alcune ipotesi su futuri sviluppi della ricerca.

I testi paradigmatici sono stati: l'opera di R. Thom ed in particolare la sua teoria su "Stabilità strutturale omorfogenesi", da cui è stata tratta la formulazione matematica; le possibilità applicative individuate da E.C. Zeeman nella raccolta "*Catastrophe theory*"; l'intuizione fisico-chimica di I. Prigogine condensata nella "Nuova alleanza" e (insieme a Nicolis) in "Le strutture dissipative"; le nozioni biologiche di H.W. Waddington definenti morfologie matematiche come creodo, poliedro epigenetico, ecc.; l'opera visionaria di W. D'Arcy Thompson "Crescita e forma"; la capacità di F. Perraux nello stabilire relazioni tra topologia e spazio urbano.

2. *Lineamenti della teoria della stabilità strutturale*

Lo scopo di questo paragrafo è di richiamare alcuni elementi teorici esposti nei lavori di Thom, Malgrange, Mather, Zeeman, Poston, Stewart e altri studiosi. La presentazione si articolerà a due livelli per rispecchiare diversi stati di avanzamento della ricerca. Il punto di vista statico ha trovato sistemazione in articoli e manuali che evidenziano i punti principali della teoria (vedi Poston e Stewart, Saunders, Zeeman e più recentemente Gilmore). Invece i concetti di morfologia generale propri del punto di vista metabolico sono rimasti, in buona parte, nella forma originale in cui li ha espressi lo stesso Thom.

Secondo Thom, un modello statico consiste di due varietà differenziabili e di un campo di applicazioni: in ogni punto regolare lo stato del processo considerato è descritto da un'applicazione tra le due varietà. Per costruire un modello metabolico in un punto regolare si devono invece assegnare: una varietà differenziabile, un campo di vettori dipendente dalle variabili spaziali e dal tempo ed un attrattore della dinamica così definita.

Per chiarire questi concetti e giungere all'enunciato del

Teorema di classificazione, che si può considerare il punto di arrivo dello studio generale dei modelli statici, conviene introdurre le seguenti notazioni.

- $B \subset \mathbb{R}^3$ sottoinsieme dello spazio ordinario;
 $T = \mathbb{R}$ retta reale, considerata come asse dei tempi ;
 $W \subset B \times T$ intorno del punto P nello spazio-tempo;
 M varietà ad n dimensioni, definente i parametri interni del sistema;
 X campo vettoriale su M , applicazione che ad ogni punto P di W associa un vettore X dello spazio tangente di M ; nei modelli statici si suppone X sia un campo di gradiente, e pertanto esiste una funzione potenziale $V(x;P)$ tale che $X(x;P) = - \text{grad } V(x;P)$, con $x \in M$, $P \in W$;
 $C^\infty(M, \mathbb{R})$ spazio delle funzioni $V : M \rightarrow \mathbb{R}$ indefinitamente differenziabili, dotato della topologia di Whitney;
 $s : W \rightarrow C^\infty(M, \mathbb{R})$ applicazione che associa ad ogni punto $P \in W$ una funzione $V : M \rightarrow \mathbb{R}$.

Definizione 1.

Due potenziali $V_1(x;P)$ e $V_2(x;P)$ sono *equivalenti* se esistono: una famiglia di diffeomorfismi $Q_x : W \rightarrow W$; un diffeomorfismo $e : M \rightarrow M$ una applicazione regolare $d : M \rightarrow \mathbb{R}$; tali che risulti $V_2(x;P) = V_1(e(x); Q_x(P)) + d(x)$.

Definizione 2.

Un potenziale $V(x;P)$ è *strutturalmente stabile* se è equivalente ad ogni funzione

$$V + b : W \times M \rightarrow \mathbb{R},$$

dove $b : W \times M \rightarrow \mathbb{R}$ è sufficientemente piccola nella C^1 -topologia.

Definizione 3.

Si dice che $P_0 \in W$ è un *punto di catastrofe* se il P_0 il minimo assoluto del potenziale $V(x;P_0)$ o viene raggiunto in corrispondenza di almeno due punti $x', x'' \in M$ (catastrofe di conflitto) oppure viene raggiunto in un unico punto $x_0 \in M$, ma cessa di essere stabile (catastrofe di biforcazione). Per tanto, se P_0 è un punto di catastrofe, risulta:

$$\text{grad } V(x;P_0) = 0$$

Nel seguito l'insieme dei punti di catastrofe sarà indicato con $A \subset W$. L'insieme delle funzioni $V \in C^\infty(M, R)$ immagini, tramite l'applicazione s , di punti di catastrofe $P_0 \in A$, verrà indicato con $K \subset C^\infty(M, R)$.

Per definizione risulta:

$$A = s^{-1}(K).$$

Definizione 4.

Un *attrattore* del sistema dinamico (M, X) è un insieme chiuso $\Phi \subset M$, invariante rispetto ad X , che soddisfa le condizioni

- (i) esiste un aperto invariante $U \subset M$, con $\Phi \subset U$, detto *bacino* dell'attrattore Φ , tale che ogni traiettoria per un punto di U tende verso Φ ;
- (ii) Φ è indecomponibile, cioè quasi ogni traiettoria di X in Φ è densa in Φ .

Si ricordi che qui il campo vettoriale è un campo di gradiente.

Definizione 5.

Un attrattore Φ è *strutturalmente stabile* se ogni potenziale V_1 abbastanza vicino a V nella C^1 -topologia ammette un attrattore Φ_1 che trasforma le traiettorie di V in traiettorie di V_1 .

Se in un punto $P_0 \in W$ la dinamica locale (M, X) è in uno stato limite definito da un attrattore strutturalmente stabile $\Phi(P_0)$, allora si ha $P_0 \in A$, cioè P_0 è un punto regolare: il massimo intorno E di P_0 , interamente formato da punti regolari, si dice *dominio di esistenza* dell'attrattore $\Phi(P_0)$. Se invece $P_0 \in A$, cioè P_0 è un punto di catastrofe, allora in un intorno di P_0 esistono almeno due attrattori Φ_1 .

e ϕ_2 i cui domini di esistenza incontrano l'intorno stesso: la competizione fra ϕ_1 e ϕ_2 è possibile solo se i bacini di ϕ_1 e ϕ_2 hanno frontiera comune in M.

Osservazioni

1. Non esistono risultati generali riguardanti gli attrattori di un dato campo X; vi sono esempi in cui il numero di attrattori è finito oppure presentano una infinità di tipi topologici per un insieme denso di campi vicini a X.
2. In un punto $P \in W$ i regimi locali stabili sono definiti dagli attrattori strutturalmente stabili del campo X; quindi, se X è un campo di gradiente, essi sono definiti dai minimi del potenziale $V(x;P)$, cioè dall'equazione $\text{grad}_x V(x;P) = 0$.
3. Se $P \in W$ è un punto regolare del processo considerato ed esistono due o più minimi del potenziale, corrispondenti ad altrettanti attrattori, uno solo di questi può dominare. Per decidere quale attrattore prevale, si può fare riferimento ad una delle seguenti possibilità, tenendo presente la natura del processo: prevale l'attrattore corrispondente al potenziale più piccolo (convenzione di Maxwell); l'attrattore inizialmente dominante continua a prevalere fino alla scomparsa del corrispondente minimo (convenzione del ritardo perfetto); il sistema abbandona l'attrattore che dominava inizialmente per avvicinarsi all'attrattore corrispondente al minimo assoluto del potenziale solo se non deve superare una barriera di potenziale troppo alta (convenzione del ritardo imperfetto).

Teorema di classificazione

Sia $V_u : M \times \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}$ ($u \in \mathbb{R}^r$)

una famiglia ad r parametri di potenziali; se $r < 5$, allora esiste un aperto H denso in $C^\infty(M \times \mathbb{R}^r, \mathbb{R})$ i cui elementi $V_u(x)$ si dicono funzioni *generiche* e sono tali che:

- (i) l'insieme $N \subset M \times \mathbb{R}^r$ definito da $\text{grad}_x V_u(x) = 0$ è una varietà ad r dimensioni;
- (ii) l'applicazione $X : N \rightarrow \mathbb{R}^r$ indotta dalla proiezione $M \times \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}^r$ è localmente stabile in ogni punto di N, per piccole perturbazioni di V_u ;
- (iii) ogni singolarità di X è equivalente ad una tra un numero finito di singolarità dette *catastrofi elementari*; inoltre, nell'intorno di ciascuna singolarità, la

famiglia V_{11} è equivalente ad una tra un numero finito di famiglie, dette *dispiegamenti universali* delle catastrofi elementari.

Per completezza vengono elencati i nomi delle undici catastrofi elementari ed i corrispondenti dispiegamenti universali.

Com'è noto (Thom, 1974) si distinguono catastrofi di corango uno, dette *cuspidali*, e catastrofi di corando due, dette *ombelicali*. Per le prime si verifica che uno solo parametro interno x è sufficiente per descrivere la singolarità, mentre le altre $n - 1$ non giocano alcun ruolo. Analogamente, le singolarità ombelicali richiedono solo due parametri interni x ed y per essere descritte.

Zeeman chiama x oppure (x, y) *variabili di stato* o *comportamentali*, mentre chiama *parametri di controllo* le variabili dello spazio \mathbb{R}^r , che è trasversale agli strati da cui è formato l'insieme K .

Catastrofi elementari

Cuspidali

piega	$x^3 + ux,$
cuspidale	$x^4 + ux^2 + vx,$
coda di rondine	$x^5 + ux^3 + vx^2 + wx,$
farfalla	$x^6 + ux^4 + vx^3 + wx^2 + sx,$
wigwam	$x^7 + ux^5 + vx^4 + wx^3 + sx^2 + tx;$

Ombelicali

ellittico	$x^3 - xy^2 + u(x^2 + y^2) + vx + wy,$
iperbolico	$x^3 + y^3 + uxy + vx + wy,$
parabolico	$x^2y + y^4 + ux^2 + vy^2 + wxy + sx + ty,$
simbolico	$x^3 + y^4 + uxy^2 + vy^2 + wxy + sx + ty,$
2^0 ellittico	$x^2y - y^5 + uy^3 + vx^2 + wy^2 + sx + ty,$
2^0 iperbolico	$x^2y + y^5 + uy^3 + vx^2 + wy^2 + sx + ty,$

Osservazione

Il numero r delle variabili di controllo coincide con la codimensione delle corrispondenti singolarità.

Per la descrizione di altre singolarità, come quelle "a labbra" o "becco a becco" proprie degli strati di transizione, si fa riferimento ad altri testi (Saunders, 1980).

Mentre in un modello statico (dinamica di gradiente) ogni attrattore è puntuale nelle varietà M degli stati inter

ni, se si passa ad un modello metabolico si osservano scomparse, nascite e trasformazioni degli attrattori esistenti.

Come si è accennato non esiste uno studio sistematico delle trasformazioni degli attrattori di un campo a seguito di qualche perturbazione. Ci si deve pertanto limitare ad uno studio di tipo qualitativo che troverà sviluppo nel paragrafo seguente.

Definizione 6.

Dato un modello metabolico di dinamiche locali dominanti su un aperto W dello spazio-tempo, si chiama *forma metabolica* l'insieme dei punti $P \in W$ ove domina un attrattore Φ del campo.

La frontiera del supporto di una forma metabolica può essere topologicamente molto complicata ed è molto sensibile alle perturbazioni: se queste crescono fino a bloccare il metabolismo sottostante, la forma si dissolve in un continuo di forme elementari più semplici (statiche o metaboliche), dando origine ad una *catastrofe generalizzata*.

In un certo senso, il problema della costruzione di un modello per una catastrofe generalizzata non è ben posto. Infatti si può dire che una simile catastrofe non è un processo formalizzabile.

Si può tentare di superare la difficoltà esaminando di volta in volta l'origine della trasformazione del campo metabolico. Se, ad esempio, si tratta di un attrattore Φ a più dimensioni, che si disgrega a favore di attrattori di dimensione minore, si ha una *catastrofe catabolica*. Viceversa, si possono incontrare catastrofi *anaboliche* che portano alla formazione di attrattori di dimensione maggiore, la cui costruzione richiede in generale una infinità di catastrofi ordinarie.

L'analisi delle catastrofi generalizzate poggia su un concetto fondamentale, quello di *creodo*.

Definizione 7.

Un *creodo* c nello spazio-tempo è individuato da:

- (i) un aperto ∇ nell'iperpiano $t = 0$, detto *aperto di iniziazione*;
- (ii) un cono $C(P)$, per ogni punto P dell'aperto di iniziazione ∇ ; la unione di tutti i coni $C(P)$ costituisce un aperto W , detto *zona di influenza* del creodo;

(iii) un aperto Ω c W contenente ∇ al suo bordo, detto *supporto* del creodo, sul quale è definito (a meno di un isomorfismo) un campo morfogenetico, statico o metabolico: l'insieme $W - \Omega$ si chiama *zona ombelicale* o *dì biforcazione* del creodo.

Osservazione

Ciò che caratterizza il concetto di creodo, rispetto a quello di campo morfogenetico, è il ruolo che nel creodo assume la variabile temporale (vedi figura 7, in cui lo spazio ordinario è rappresentato da un piano).

3. *Le variabili formalizzate*

Formalizzare le variabili è difficile. Generalmente, dal punto di vista matematico, si procede secondo metodi derivanti da due tipi di modelli: i modelli formali ed i modelli continui.

I primi hanno le proprietà cinematiche dei sistemi formali, vengono descritti facilmente con procedimenti assiomatici o combinatori e la loro deduzione è teoricamente meccanizzabile. Lo svantaggio consiste nell'essere la deduzione una operazione indeterminata, suscettibile d'indecidibilità.

Con un modello formale non è descrivibile alcuna dinamica.

Nei modelli continui, invece, la dinamica è agevolmente analizzata: un sistema differenziale strutturalmente instabile può esprimere fenomeni qualitativamente indeterminati. Vi sono inconvenienti: volendo equazioni differenziali esplicite si deve far uso di un piccolo numero di semplici entità geometriche o algebriche. Qui riemergerebbe la superiorità del modello formale, collettore di relay più complessi ma destinati a produrre proposizioni indecidibili.

Recentemente logici e matematici hanno traslato il problema di scelta: dall'esame dei difetti a quello dei pregi. Dei secondi ne esiste uno di notevole pregnanza: un qualsiasi modello per essere tale deve'essere intelleggibile, ovvero ammettere una "realizzazione semantica", in cui si associa ad ogni simbolo del sistema un significato. Ora non esiste un linguaggio intelleggibile in assenza di una geometria o dinamica, i cui attrattori strutturalmente stabili producano simboli del linguaggio, formalizzante gli stati strutturalmente stabili del processo.

Per analizzare un fenomeno è necessario misurarlo; per mi

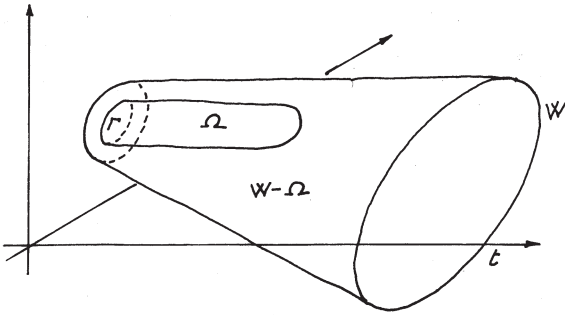


Figura 7
Il creodo

Figura 8
Archetipo dell'innovazione

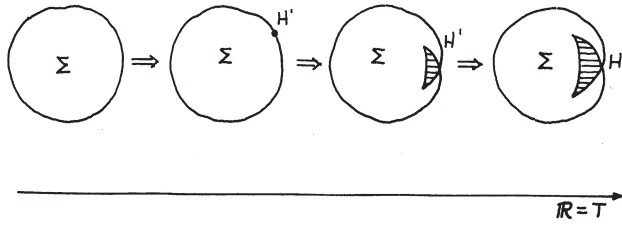
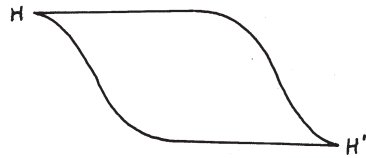


Figura 9
Morfogenesi della catabolia spaziale



Figura 10
Dispiegamento della singolarità catabolica

surarlo occorre introdurre nell'evento un numero finito di sonde e procedere ad un numero finito di misure. La prova sperimentale è di tipo finito, giacchè il reale è finito e la misura richiede un tempo finito. L'operazione distrugge però due valori: in primo luogo l'osservazione, poichè richiede isolamento, fa decadere l'universalità e l'esperimenteria sulla parziale, necessariamente; inoltre, secondo l'indeterminatezza quantica, la misurazione dispone la normale evoluzione del processo verso l'altro della realtà oggettiva. Ammessa la misura e determinate alcune grandezze caratteristiche del processo locale, si costruiscono funzioni $f(P) = f(x_1, x_2, x_3; t)$ caratteristiche dello stato π . Le funzioni $f(P)$, $P \in W \subset B \times T$, ottenibili non sono indipendenti: il calcolo è possibile soltanto partendo da un numero finito delle stesse funzioni, note solo in un insieme finito di punti del loro grafico.

Si presenta di nuovo una scelta. Nel caso si voglia unmo dello quantitativo preciso, si procede verso calcoli e verifiche numeriche, non sempre semplici (solamente le funzioni analitiche sono calcolabili, in verità i polinomi di basso grado). La procedura denota le funzioni $f(P)$ come analitiche, preferibilmente con formule esplicite.

Qualora si preferisca la stabilità strutturale del processo, è naturale supporre le funzioni $f(P)$ differenziabili con continuità. Lo stato locale o globale del sistema è parametrizzabile con un punto di uno spazio formale. La forma topologica descritta è una sorta di "chiasma spaziale" π che cattura l'estensione del processo in uno spazio semanticamente definito, attraverso uno spazio ideale formalizzato da un insieme sintattico.

In questa fase si intende privilegiare una traduzione, ancora parzialmente astratta, degli elementi introdotti nel paragrafo 2, mediante i costituenti fondamentali dalla teoria esposta nel paragrafo precedente.

La generica unità produttiva U_p è interpretata, nella sua evoluzione temporale, come sottoinsieme W dello spazio-tempo. Il processo che si sviluppa in W è descritto da un modello statico definito da un sistema dinamico (M, X) , dove X è un campo di gradiente.

Più precisamente, si suppone che le singolarità presenti siano di codimensione al più uguale a quattro; pertanto il corango è uno o due.

Se il processo inscritto nell'insieme W è caratterizzato da un sistema H di complessi meccanici classici, il corango viene supposto uguale a uno e l'unica variabile determinante per il modello identifica le proprietà spaziali di H . In altri termini, la forma di H può essere pensata elemento di

uno spazio topologico configurante un archetipo: ad ogni archetipo si può pensare associata una forma-logos di trasformazione qualitativa.

Per specificare meglio la descrizione dei singoli archetipi, è necessario distinguere le diverse situazioni, secondo il tipo di attività meccanica che si intende far risaltare: esistenza, fine, inizio, cattura, produzione, e così via. Le corrispondenti singolarità morfologiche si deducono dal Teorema di classificazione: "piega", "cuspidi", "coda di rondine", ecc.

La trasformazione che qui viene esaminata trova una vero simile traduzione logica nell'archetipo corrispondente alla singolarità "coda di rondine", che interpreta il passaggio, in termini spaziali, da H a H' : H genera un congegno H' che distrugge H stesso, nel senso che finisce per sostituirsi ad H progressivamente.

Semanticamente, da un punto di vista morfogenetico, nello spazio Σ occupato da H compare una singolarità spaziale H' che, in questa fase, non perturba in modo rilevante l'attività di H .

Man mano che H' si trasforma verso l'innovazione, cioè verso una progressiva complessificazione e diminuzione dello spazio necessario per il funzionamento di un circuito logico, la singolarità produce un fenomeno di erosione nello spazio Σ a forma di "coda di rondine". Tale erosione è destinata a crescere fino a cambiare la morfologia e creare una catabolia generale nello spazio (vedi figura 9).

La trasformazione descritta corrisponde alla seguente evoluzione del modello matematico, durante l'attraversamento di una superficie composta da due fogli che si uniscono a "cuspidi" (vedi figura 10). La singolarità, inizialmente puntiforme, si separa in due cuspidi individuanti una singolarità a "labbra"; successivamente lo spazio racchiuso dalle "labbra" si estende, deformando la superficie fino a trasformarla in una "coda di rondine", il cui dispiegamento univale è:

$$V(x,u,v,w) = x^5 + ux^3 + vx^2 + wx.$$

Qui la variabile x può essere interpretata come *software* misurabile mediante la complessità e la dimensione dei programmi.

Il parametro v è la dilatazione nello spazio e nel tempo del congegno H' ; mentre il parametro w è l'erosione dello spazio Σ da parte di H' nello spazio e nel tempo.

Il parametro u esprime la trasformazione complessiva dello spazio durante il tempo t : per $t = 0$, il valore $u = 0$

corrisponde alla forma puntuale della singolarità. Quando t cresce cresce anche $|u|$: fino ad un certo istante $t = t_0$ e esiste un $a \in \mathbb{R}$ tale che, per $|u| < a$ la sezione secondo il piano (v, w) contiene una curva a "coda di rondine", mentre per $|u| \geq a$ la sezione contiene una "cuspidine". Per $t > t_0$ la sezione normale all'asse u contiene una curva a "coda di rondine", per ogni $u \in \mathbb{R}$ (vedi figura 11).

Come si è accennato esistono archetipi più complessi atti a descrivere, ad esempio, la formazione di un messaggio in corrispondenza ad una singolarità a "farfalla", ma in questa sede non si intende procedere oltre nell'analisi della morfogenesi interna, circa la interazione tra H e H' .

Il processo in atto nell'unità produttiva non è caratterizzato solamente dalla trasformazione di H in H' ; esiste un altro fattore, il pieno spazio di lavoro Psl , la cui azione su H e H' determina l'evoluzione del processo in Up . È utile, ai fini della successiva costruzione di un modello metabolico, definire il pieno spazio di lavoro come un creodo p individuato nel seguente modo.

L'aperto di iniziazione V ($t = 0$) di p è l'insieme Vsl (vuoto spazio di lavoro), cui Psl si riduce quando viene sussunto da H o da H' . Il campo morfogenetico (qui ancora di tipo statico) definito sul supporto Ω di p è un campo (M, X) in cui la varietà M è \mathbb{R} o \mathbb{R}^2 e corrisponde a Psl in espansione. Ovviamente è possibile esplicitare la corrispondenza in termini di singolarità e dispiegamenti universali, come è stato fatto per la trasformazione di H in H' . Infine la zona ombelicale $W - \Omega$ di p (con riferimento ad una interpretazione metabolica del processo in atto nell'unità produttiva) corrisponde ad una trasformazione dell'attrattore dominante di Psl , che diventa instabile, esprimendo desiderabilità spaziale che agisce sulle macchine H e H' .

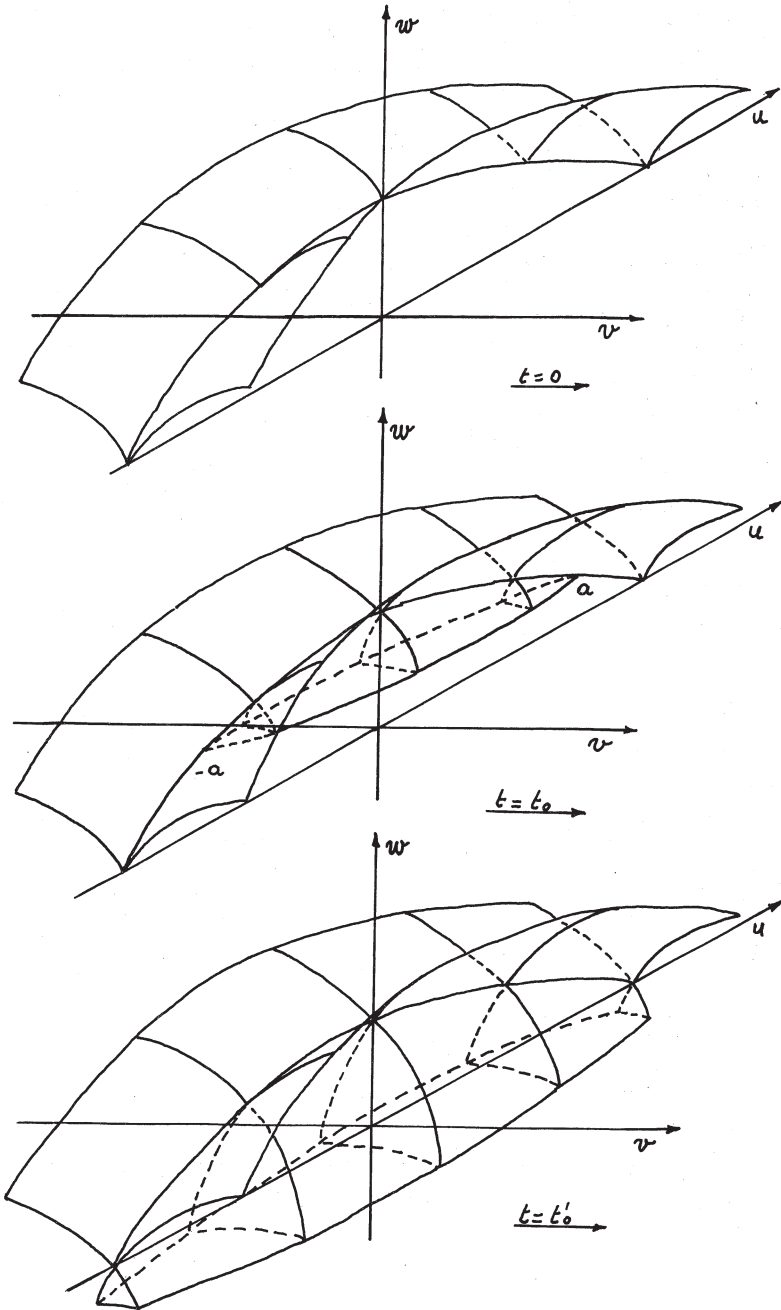
L'unità produttiva che viene associata a W è dunque caratterizzata da due famiglie di attrattori: quella relativa ai sistemi produttivi delle macchine e quella relativa al creodo che definisce il pieno spazio di lavoro.

Il processo si evolve in W sotto la spinta delle interazioni tra le due famiglie di attrattori e comporta sia modificazioni dello stato interno di W , sia mutamenti della forma stessa dell'unità produttiva.

4. Descrizione del modello interno

Si è già introdotto nel paragrafo 2 il simbolo F per rappresentare il processo che si svolge nell'unità produttiva Up , la quale conserva il suo significato fisico di sistema

Figura 11 - Catabolia a coda di rondine.



inerte. F viene definita mediante un credo f il cui aperto di iniziazione è l'unità produttiva, come si presenta all'inizio dell'osservazione ($t = 0$). Il campo morfogenetico del credo f può essere di tipo statico o metabolico: nel primo caso è possibile una trattazione matematica delle interazioni tra macchine e pieno spazio di lavoro, mentre nel secondo caso si è condotti verso catastrofi generalizzate, per le quali è possibile solo una trattazione qualitativa.

Un modello logico-simbolico di tipo statico del conflitto tra gli attrattori di $H - H'$ e di p è espresso nella figura 12.

La formalizzazione di questo modello mediante le singolarità elencate nel Teorema di classificazione non è oggetto della presente ricerca, nella quale ci si intende soffermare soprattutto su un modello di tipo metabolico.

In questa seconda direzione viene presentato dapprima uno schema logico-topologico in cui, per semplicità, si tiene conto della interazione nello spazio-tempo, tra un solo attrattore di $H - H'$ e un solo attrattore di Psl . Le due superfici di tipo cuspidale (vedi figura 13) esprimono separatamente le due successioni di trasformazioni cataboliche (per $H - H'$) o anaboliche (per Psl), che sono suscettibili di formalizzazione. Tali superfici sono poste in relazione tra loro mediante una successione di applicazioni:

$$I : Psl \rightarrow H \quad e \quad \rho : H \rightarrow Psl,$$

che producono erosioni spaziali alternativamente su $H - H'$ e su Psl . L'azione di Psl , definita dalle applicazioni I , comporta lo sviluppo in H della singolarità H' , con conseguente erosione spaziale (sviluppo di innovazione): segue una fase di relativa espansione di H' la cui azione, definita dalle applicazioni ρ regolamentarizza Psl in uno spazio delimitato ove esso può svolgere operazioni codificate, che portano ad un regolamento spaziale di Psl , esprimibile in Vsl (effetto di ristrutturazione).

In una fase successiva Psl può nuovamente esprimere desiderabilità spaziale, riaprendo il ciclo di interazione, con dimensione spaziale qualitativamente diversa.

Lo schema rappresenta una coppia di catastrofi generalizzate, sulle quali è possibile solamente avanzare delle congetture. Ad esempio potrebbe esistere una "soglia" nelle cui vicinanze le cuspidi delle due superfici vanno addensandosi: solo il risultato della catastrofe generalizzata appare relativamente ben definito, mentre l'evoluzione di ciascun sistema produttivo e di ciascun spazio di lavoro è relativamente indeterminata.

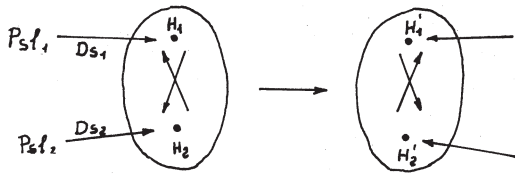


Figura 12
 Conflitto tra attrattori

Figura 13
 Sequenza topo-logica
 dell'innovazione

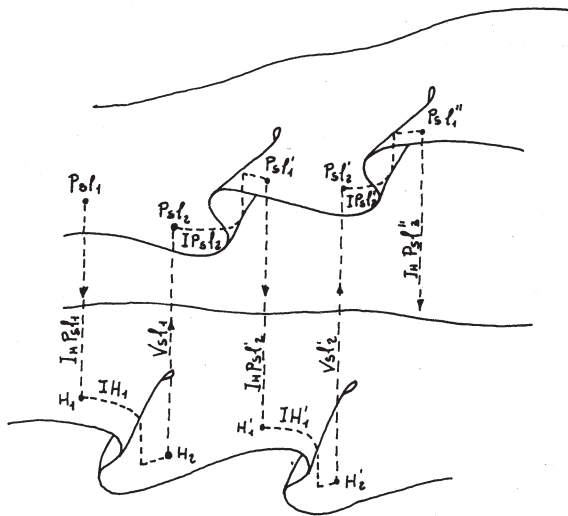
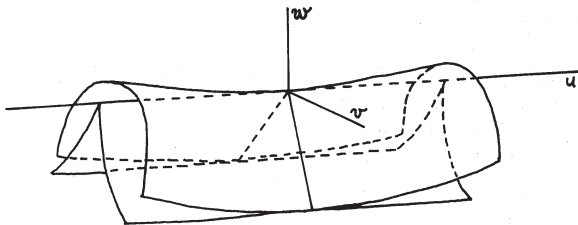


Figura 14
 L'iperbolico di trasformazione di U_p



Nel seguito verrà introdotta una semplificazione, indispensabile per sviluppare una trattazione formalizzata: $H - H'$ e Psl si suppongono due variabili di stato, in luogo della complessità contenuta nella discussione fin qui svolta. Con questa ipotesi, il modello metabolico interno, in cui la frontiera di Up è necessariamente instabile, può essere costruito con riferimento ad una isologia topologica tra Up e l'ombelico iperbolico:

$$V = x^3 + y^3 + uxy + vx + wy,$$

cioè tra spazio-tempo e spazio topologico. Ciò consente di stabilire i meccanismi che provocano fenomeni: di erosione degli spazi interni di F ; oppure di allargamento, per effetto della desiderabilità spaziale espressa da Psl ; o ancora di epigenesi di nuova F . Qui le variabili x e y rappresentano rispettivamente Psl e H' , i parametri v e w possono essere interpretati come diametro di base e altezza della forma assunta da Up .

Infine il parametro u descrive la desiderabilità o , in -versamente, la catabolia spaziale, in termini sia del tempo che dello spazio: per $u < 0$ prevale l'attrattore assunto a caratterizzare H' , mentre per $u > 0$ prevale il campo morfogenetico del creodo p .

Il passaggio ad una forma strutturalmente stabile per la frontiera di Up può esprimersi attraverso la transizione dall'"ombelico iperbolico" all'"ombelico ellittico",

$$V = x^3 - xy^2 + u(x^2 + y^2) + vx + wy,$$

vista come risultato di successivi cambiamenti di tipi topologici contenuti nel dispiegamento universale della singolarità a "ombelico parabolico"

$$V = x^2y + y^4 + ux^2 + vy^2 + wx + sy.$$

L'isologia tra la forma stabile di Up e l'"ombelico ellittico" può essere sommariamente descritta nel modo seguente: il passaggio da $u < 0$ a $u > 0$ trasforma la parte σ nella parte σ' (vedi figura 15): isologicamente si ha una morfogenesi anabolica di σ' .

In altri termini il campo morfogenetico f di F genera, per epigenesi, un nuovo creodo f' che definisce un processo F' svolgentesi in una nuova unità produttiva (vedi figura 16).

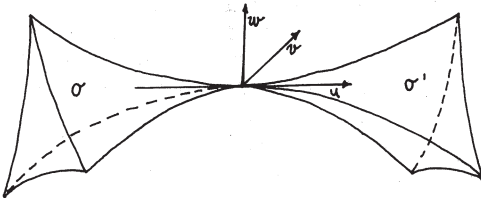


Figura 15
L'ellittico di U_p

Figura 16
Morfogenesi di F

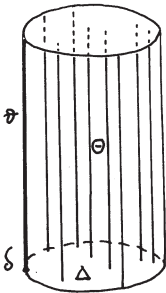


Figura 17
Fibrazione di F

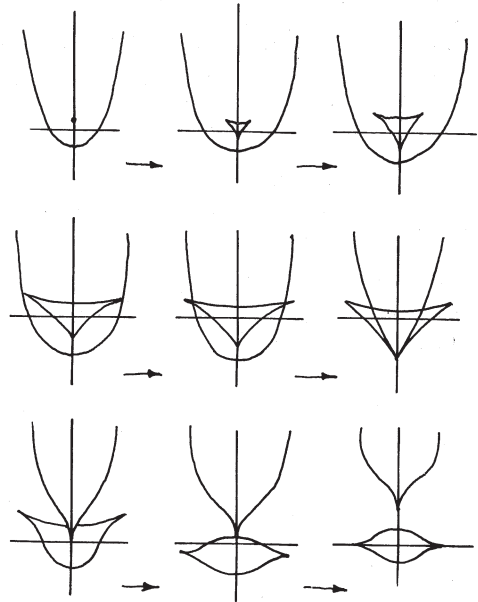


Figura 18
Dispiegamento di U_p



5. Epigenesi della morfologia urbana

Si intende qui esaminare gli effetti della morfogenesi in terna di una unità produttiva U_p , in seguito alle interazioni tra $H - H'$ e Psl , sulla configurazione esterna di U_p e quindi sul territorio circostante.

A tale scopo è opportuna una descrizione elementare dei processi dinamici che regolano i rapporti tra una unità produttiva e il territorio. La proliferazione di H' in sostituzione di H , sotto l'azione di Psl , e le reciproche erosioni spaziali producono (oltre a ristrutturazioni interne) tre effetti principali: sovraccarico dei servizi, intesi in senso lato (trasporti, canali di comunicazione, sistema informativo ecc.); esaurimento degli spazi interni, occupati interamente da $H - H'$ e da Psl ; perturbamento delle aree residenziali.

Conviene introdurre le seguenti notazioni:

- U_p unità produttiva (vedi paragrafo 2);
- $\cup U_p$ insieme organico di unità produttive distribuite funzionalmente nello spazio-tempo;
- U_T unità di comunicazione in forma di struttura dissipativa, costituita da spazio, uomini e cose (macchine, edifici, strade, ferrovie, zone verdi, ecc.);
- $\cup U_T$ insieme organico di unità di comunicazione funzionalmente distribuite nello spazio-tempo;
- U_a unità abitativa in forma di struttura dissipativa, configurazione edilizia delle funzioni bionaturali;
- $\cup U_a$ insieme organico di unità abitative funzionalmente distribuite nello spazio-tempo;
- S_u spazio urbano ben definito;
- $\cup S_u$ insieme organico di spazi urbani funzionalmente distribuiti nello spazio-tempo, immersi nello spazio naturale agricolo e in via di industrializzazione;
- U_d unità distopica in forma di struttura dissipativa, di splasia dello sviluppo di un insieme organico nello spazio urbano.

In questo paragrafo ci si propone di costruire un modello che descriva le interazioni tra i sistemi produttivi $\cup F$, il sistema $\cup U_T$ delle comunicazioni ed il sistema abitativo $\cup U_a$.

Si deve tener presente che il processo di sviluppo di $\cup F$ non è caratterizzato solamente dalla forma di ogni U_p e nemmeno solo dalla genesi di nuove U_p , ma anche dalla progressiva proliferazione delle U_p , fino a che esse formano una griglia di supporto per l'intera area urbana, assumendo un ruolo predominante rispetto a $\cup U_T$ ed a $\cup U_a$.

Matematicamente, si assume come istante iniziale della os

servazione quello in cui $1F$ si trova già in un regime di autoduplicazione. E' possibile precisare tale ipotesi, una volta che si pensi di parametrizzare lo stato istantaneo di $1F$ con un punto θ , e lo stadio medio di $1F$ (su un periodo di tempo abbastanza lungo) con un punto δ di uno spazio localmente euclideo Δ .

Si consideri l'applicazione canonica

$$\lambda : \theta \rightarrow \Delta,$$

che ad ogni stato istantaneo associa uno stato medio; localmente, λ è supposta una fibrazione: la fibra, che è una varietà differenziabile M , parametrizza gli stati istantanei di $1F$ compatibili con un fissato stato medio $\delta \in \Delta$ (vedi figura 17).

Se si lascia variare la coordinata $m \in M$ in corrispondenza ad un fissato $\delta \in \Delta$, potrà esservi uno stato (δ, m) che dà origine a due distinti stati (δ, m_1) e (δ, m_2) ; si consideri l'applicazione $q_\delta : M \rightarrow M \times M$, definita da $q_\delta(m) \doteq (m_1, m_2)$, e le due proiezioni ψ_1 e ψ_2 di $M \times M$ sul primo e sul secondo fattore. Si suppone che le applicazioni $\psi_1 \circ q_\delta : M \rightarrow M$ e $\psi_2 \circ q_\delta : M \rightarrow M$ che associano ad una azienda madre le due aziende figlie, siano diffeomorfismi vicini in M . Un punto fisso ϕ di $\psi_1 \circ q_\delta$ definisce un *regime locale*; se ϕ è un punto fisso attrattivo cioè è un attrattore, il regime è *stazionario*. Quando un attrattore ϕ cessa di essere stabile si ha una catastrofe del corrispondente regime.

In modo analogo, si suppone che il sistema $1U\tau$ delle comunicazioni ed il sistema abitativo $1Ua$ che non hanno dinamiche autonome ma sono subordinate a $1F$, siano caratterizzate da regimi propri, definiti da opportuni attrattori. Non si ritiene di dovere approfondire qui l'analisi del metabolismo di $1U\tau$ e di $1Ua$, come si è fatto per $1F$.

Tornando all'ipotesi che $1F$ sia un regime di autoduplicazione mentre interagisce con $1U\tau$, si osserva che, rispetto a $1Ua$, $1F$ è in un regime Z di transizione stabile. L'evoluzione qualitativa del processo può essere specificato nel modo seguente.

In un aperto di cui prevale il regime $1U\tau$, si incontrano centri di regime $1F$, in parte già esistenti e in parte formati in seguito ad una eccitazione locale della dinamica $1U\tau$. Questi centri si sdoppiano secondo il processo precedentemente descritto e tendono a distribuirsi ovunque nello aperto considerato, facendo diminuire la complessità dello spazio ambiente.

Quando la densità di $1F$ raggiunge una certa soglia si ha

nell'aperto un ritorno alla dinamica meno eccitata ιU_a ed i centri ιF liberati restano nell'aperto, come se fossero "protetti" dal regime di transizione stabile Z . Se i grumi ιF incontrano un nuovo aperto in cui prevale il regime ιU_r la proliferazione si ripete.

In questa descrizione del processo ιF possiede una dinamica di allargamento spaziale; il predominio di ιF rispetto a ιU_r ed a ιU_a in termini di effettivo condizionamento sulla loro evoluzione e quindi sull'organizzazione dello spazio urbano, verrà ora esplicitato.

Quando i grumi di ιF incontrano un aperto e si insediano sul bordo, il regime di autoduplicazione ιF suscita un regime Y (ιU_a , ιU_r) di transizione fra i regimi ιU_a e ιU_r , che definisce una organizzazione di tipo spaziale dotata di una certa rigidità geometrica e di proprietà regolatrici di rezionali che stabilizzano il regime ιU_r .

Il regime di transizione Y sovrappone sull'aperto la propria struttura geometrica C : i grumi di ιF possono proliferare liberamente all'interno di C , ove il regime ιU_r si è stabilizzato rispetto alla dinamica ιU_a .

Ad un certo punto la dinamica ιU_r non è più in grado di sostenere un ulteriore sviluppo di ιF e sulla dinamicità all'interno di C torna a prevalere il regime meno eccitato ιU_a . La struttura geometrica C diventa una forma instabile disaccoppiata dal mezzo ambiente: i grumi ιF abbandonano allora C per occupare un nuovo aperto che sia rimasto libero.

E' possibile esplicitare la nascita del regime di transizione Y analizzando l'evoluzione della struttura C e utilizzando i concetti ed i metodi introdotti nei paragrafi precedenti.

In realtà l'epigenesi delle U_p avviene in forma fibrosa sempre più irregolare e ogni punto dello spazio delle fasi, in ogni istante, si può orientare in direzioni diverse sotto la sola influenza delle forme proprie di sviluppo di U_r , U_a , U_d , tanto da poter immaginare che il volume di U_p si conservi deformandosi ed estendendosi progressivamente in S_U (vedi figura 18). Durante la deformazione non è possibile stabilire in quale tipo di U_p si trovi uno spazio funzionale contenuto nella U_p precedente.

Il livello di interazione tra tecnologia e P_{sl} determina la forma spaziale della U_p : edifici multipiano nella fase pretayloristica, edifici a piastra nella fase tayloristica, forme analoghe ai sistemi microelettronici nella fase di informatizzazione.

Ogni forma ha in sé il codice della propria epigenesi.

Didatticamente, se ci riferiamo a variabili temporali e spaziali discretizzate, possiamo immaginare che F abbia la

forma di un grande romboicosidodecaedro (vedi figura 19), i cui decagoni sono lo spazio di produzione $P_{sl} + H$, gli esagoni i servizi tecnici e amministrativi, i quadrati lo spazio dirigenziale.

Se si sviluppa sul piano il romboicosidodecaedro si ha una sequenza regolare delle tre figure geometriche così che una figura confina sempre con figure diverse (vedi figura 20).

Lo sviluppo di un altro poliedro conduce ad una sequenza diversa. La sequenza epigenica è quindi determinata da un codice specifico contenuto in F.

Lo sviluppo in verticale di ogni frammento riformula al meno gli elementi essenziali del poliedro stesso.

Cambiando dimensione, i decagoni possono essere immaginati come delle U_p , gli esagoni come delle U_τ , i quadrati come delle U_a , e gli interstizi come degli U_d .

Come prima, il codice epigenetico è definito come spazio che riproduce se stesso; ogni gruppo di figure uguali è un insieme ι di unità o spazi uguali (vedi figura 21).

La telematizzazione pone in relazione le unità e gli spazi in uno spazio-tempo diverso. Il romboicosidodecaedro si ricostruisce nel solido originario in cui i percorsi informativi diventano tendenzialmente indifferenti alla distanza seguendo linee diametrali (vedi figura 22).

E' la dissociazione tra: implosione temporale, dovuta alla progressiva accelerazione della velocità di comunicazione di merce e uomini; ed esplosione spaziale degli S_u (U_p , U_a , U_τ , S_d).

Semanticamente questo concetto può essere espresso dalla compresenza di sviluppo planare del poliedro considerato e riconnessione temporale delle sue facce (vedi figura 22).

Topologicamente, l'ipotesi è interpretabile con il dispiegamento delle sezioni di una parte dell'ombelico parabolico (vedi figura 23), ciò che potrebbe rappresentare una proposta per un algoritmo qualitativo-quantitativo: in 1 viene espressa la S_u pretelematizzata, ovvero i tempi dipendono strettamente dagli spazi di percorrenza; in 2 compaiono forme singolari che procedono verso una progressiva isteresi dello spazio-tempo; in 3 la compressione del tempo rende implosiva la comunicazione nello spazio; in 4, 5, 6, 7 è descritta morfologicamente la progressiva concentrazione fino all'avvenuta indifferenza, in 8, tra la tendenziale espansione di S_u (curva parabolica) e la tendenziale concentrazione dei tempi di percorrenza e comunicazione (punto).

Il dispiegamento universale della forma-logos strutturalmente stabile rappresenta un tronco dell'ombelico parabolico, con u variabile spazio-temporale, in cui è espresso il

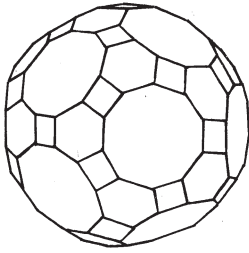


Figura 19
F = Romboicosidodecaedro

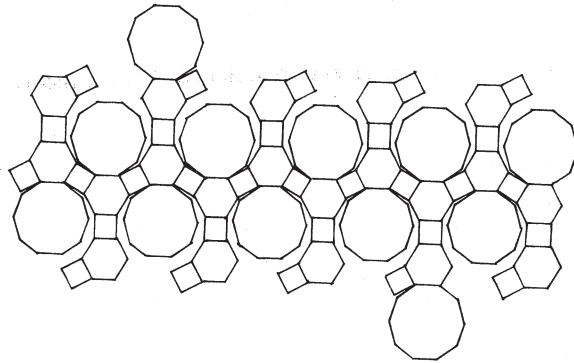


Figura 20
Dispiegamento delle morfie di F

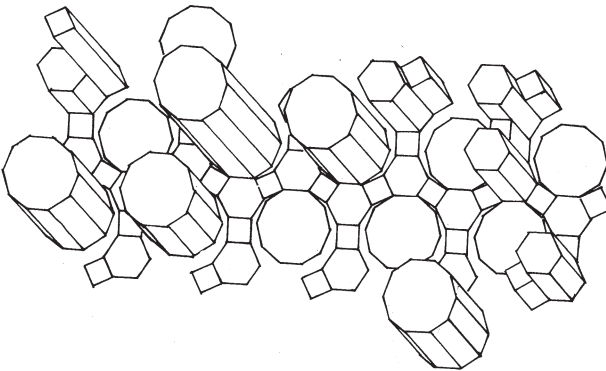


Figura 21
Sviluppo delle singole morfie

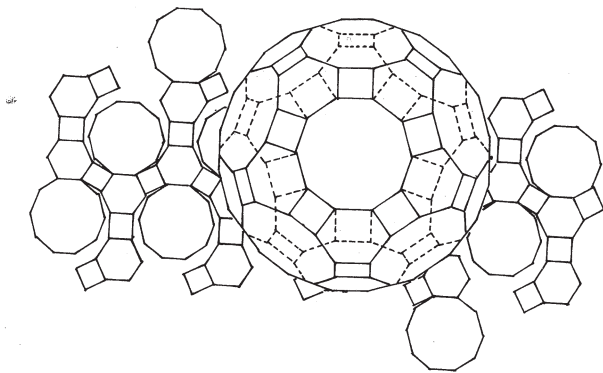


Figura 22
 Identità e differenza
 dello spazio-tempo

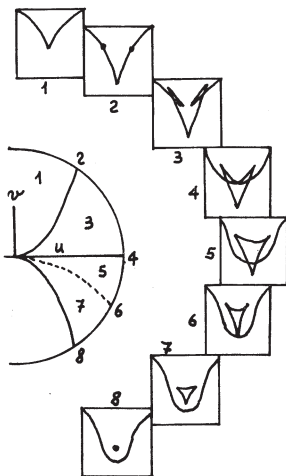
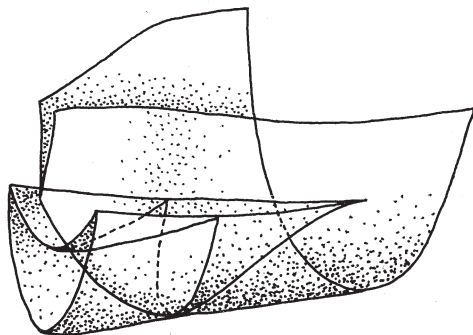


Figura 23
 Sequenze del parabolico di Su

Figura 24
 Sezione del parabolico di Su



dispiegamento spaziale mediante le due ali che tendono a divaricarsi (valore finale di u) e l'addensarsi contemporaneo della conica interna in un punto terminale (vedi figura 24).

$$V = x^2 y + y^4 + ux^2 + vy^2 + wc + sy.$$

Bibliografia

- Chiriatti G., Plescia G. e Porcu A. (1980), *Allosteresi industriale e sincecissimo morfogenetico*, Notiziario UMI, maggio, Bologna.
- D'Arcy Tompson W. (1961), *On growth and form*, Cambridge.
- Gilmore R. (1981), *Catastrophe theory for scientists and engineers*, New York.
- Malgrange B. (1964), *The preparation theorem for differentiable functions*, Oxford.
- Perroux F. (1975), *Unités active et mathématiques nouvelles*, Paris.
- Prigogine I., Allen P. e Herman R. (1977), *The evolution of complexity and the laws of nature*, Roma.
- Prigogine I. e Nicolis G. (1977), *Self-organization in nonequilibrium systems*, London.
- Prigogine I. e Stengers I. (1979), *La nouvelle alliance*, Paris.
- Saunders P.T. (1980), *An introduction to catastrophe theory*, Cambridge.
- Thom R. (1974), *Modèles mathématiques de la morphogénèse*, Paris.
- Thom R. (1972), *Stabilité structurelle et morphogénèse*, New York.
- Waddington C.H. ('68-72), *Towards a theoretical biology*, Edinburg.
- Zeeman E.C. (1977), *Catastrophe theory*, Reading, Mass..